

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

# **DIPLOMSKI RAD**

**Grga Bilonić**

**Split, 2018.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

**Grga Bilonić**

**Definiranje pouzdanosti čeličnog antenskog stupa  
uslijed djelovanja vjetra**

**Diplomski rad**

**Split, 2018.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

Split, Matice hrvatske 15

STUDIJ: **DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI GRAĐEVINARSTVA**  
KANDIDAT: Grga Bilonić  
BROJ INDEKSA: 624  
KATEDRA: **Katedra za metalne i drvene konstrukcije**  
PREDMET: Pouzdanost konstrukcija

**ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD**

Tema: Definiranje pouzdanosti čeličnog antenskog stupa uslijed djelovanja vjetra

Opis zadatka:

Kandidat mora napraviti analizu pouzdanosti čeličnog antenskog stupa uslijed dinamičkog djelovanja vjetra. Djelovanje na konstrukciju potrebno je definirati iz dostupne literature i dostavljenih podataka o strujanju vjetra na predmetnoj lokaciji stupa. Kandidat mora izložiti opis djelovanja vjetra na konstrukciju. Otpornost konstrukcije potrebni je nelinearno modelirati, uzimajući u obzir geometrijske karakteristike i materijalnu nelinearnost. Slučajne varijable koje definiraju ponašanje materijala kandidat mora istražiti iz literature. Predložena metoda za izradu analize pouzdanosti je Monte Carlo simulacija. Kandidat mora koristiti tranzijentni model konstrukcije, kako bi se uzeli u obzir različiti dinamički efekti na konstrukciju. Konačni cilj zadatka je definirati vjerojatnost prekoračenja krajnjeg graničnog stanja konstrukcije i graničnog stanja uporabljivosti.

.

U Splitu, 12. ožujka, 2018.

Voditelj diplomskog rada:  
doc.dr.sc. Vladimir Divić

Predsjednik Povjerenstva  
za završne i diplomske ispite:  
doc.dr.sc. Veljko Srzić

---

## ***Zahvala***

*Zahvaljujem se svom mentoru doc.dr.sc Vladimiru Diviću na ukazanom povjerenju i pruženoj pomoći tijekom izrade diplomskog rada.*

*Također, zahvaljujem se svim svojim prijateljima i prijateljicama, koji su uvijek bili uz mene i bez kojih cijeli ovi tijekom mog studiranja ne bi prošao tako lako i zabavno.*

*Posebnu zahvalnost iskazujem cijeloj svojoj obitelji koja me je uvijek podržavala i upućivala na pravi put.*

*Veliko HVALA svima!*

## ***Definiranje pouzdanosti čeličnog antenskog stupa uslijed djelovanja vjetra***

### ***Sažetak:***

U ovom radu je istražen utjecaj djelovanja lokalnog vjetra bure na čelični antenski stup uslijed opterećenja slučajnih vremenskih serija zapisa vjetra. Metoda koja je korištena za istražiti utjecaj djelovanja je Monte Carlo metoda. Koristeći program MATLAB napravljen je dovoljan broj realizacija iz kojeg je vidljivo da pri maksimalnoj brzini vjetra (koja je dana Eurokodom) dolazi do gubitka nosivosti pojedinih elemenata ali se i ne pojavljuje globalni slom što nam je glavni uvjet.

### ***Ključne riječi:***

Antenski toranj, bura, Monte Carlo simulacija, MATLAB, pouzdanost konstrukcije, spektri

## ***Defining the realibility of the anntena truss tower due to the wind action***

### ***Abstract:***

The paper aims to analyze effects of local bora wind on steel antenna truss tower. The method used to investigate this effect of action is the Monte Carlo method. Using the software MATLAB, a sufficient number of realizations were conducted, from which it can be seen that the maximum wind speed (given by Eurocode), causes loss of individual elements bearing capacity, but there is no global collapse which is our main condition.

### ***Keywords:***

Anntena tower, bora wind, Monte Carlo simulation, MATLAB, structural realibility, spectrum

## Sadržaj

1	Uvod.....	1
2	Općenito .....	2
2.1	Bura.....	3
2.2	Osnovna razmatranja o djelovanju vjetra na konstrukcije .....	4
3	Izbor postupka za proračun .....	6
3.1	Vjetrovni parametri.....	6
3.1.1	Srednja brzina vjetra .....	6
3.1.2	Poredbeni tlak vjetra.....	7
3.1.3	Tlak vjetra na površini.....	7
3.1.4	Sila vjetra zbog tlaka i sile trenja vjetra .....	7
4	Prostorne konstrukcije .....	8
4.1	Tipovi prostornih konstrukcija.....	8
4.2	Prostorne rešetkaste konstrukcije.....	8
4.3	Lokacija i tip konstrukcije .....	11
4.4	Konstrukcija antenskog stupa [3] .....	12
5	Monte Carlo metoda.....	14
5.1	Općenito o Monte Carlo .....	14
5.2	Uzorkovanje.....	15
5.3	Ograničenja Monte Carlo simulacije .....	15
6	Latin Hypercube Sampling.....	16
6.1	Uzorkovanje.....	16
7	Turbulencija .....	20
7.1	Reynolds-ova dekompozicija.....	20
7.2	Intenzitet turbulencije .....	22
8	Spektri .....	24
8.1	Reprezentacija zapisa iz vremenske domene u frekvencijsku .....	24
8.2	Brza Fourierova transformacija .....	24
8.2.1	FFT Algoritam.....	25
8.2.2	Generalna ideja.....	25
8.3	Periodogram.....	26
8.3.1	Svojstva periodograma .....	27
8.4	Teorijski spektri .....	27
8.4.1	Kaimal .....	27

8.4.2	von Karman .....	28
8.5	Veza autokorelacije i spektra .....	30
9	Korelacija .....	31
9.1	Ko spektar i koherencija .....	31
10	Algoritam koda.....	34
10.1	Geometrijske relacije točaka.....	34
10.2	Definicija vremena.....	35
10.3	Podaci o vjetru .....	37
10.4	Import datoteke o geometriji.....	39
10.5	Ulazni podaci za koherencu .....	42
10.6	Generiranje zapisa vjetra.....	43
11	Verifikacija djelovanja vjetra .....	46
11.1	Srednja vrijednost i standardna devijacija fluktuirajućih brzina vjetra .....	48
11.2	Vertikalni profil vjetra .....	50
11.3	Usporedba s von Karman-ovim spektrom .....	53
11.4	Koherenca .....	55
12	Otpornost konstrukcije .....	57
12.1	Karakteristike naponsko deformacijske krivulje .....	59
12.2	Statistička obrada podataka.....	60
12.3	Rezultati .....	68
12.3.1	Rezultati za granično stanje uporabljivosti.....	68
12.3.2	Rezultati za krajnje granično stanje .....	69
12.3.3	Funkcije KGS-a i GSU-a po elementima i realizacijama.....	70
13	Zaključak.....	75
14	Literatura .....	76

# 1 Uvod

Bura je vjetar koji djeluje u Hrvatskoj na jadranskom priobalju koji je izrazito mahovit te je kao takav kod vitkih rešetkastih konstrukcija dominantno opterećenje koji može uzrokovati havariju konstrukcije. Motivacija ovog rada bila je istražiti djelovanje na konstrukciju iz dostavljenih podataka o strujanju vjetra na predmetnoj lokaciji te nelinearno modelirati otpornost konstrukcije uzimajući u obzir geometrijske karakteristike i materijalnu nelinearnost. Konstrukcija koja uslijed ekstremnih vanjskih djelovanja imaju velike pomake te se ne može analizirati klasičnim linearnim metodama.

Da bi se simulirala sva djelovanja korištena je Monte Carlo metoda s tisuću realizacija i s slučajnim varijablama definiranim iz literature. U radu će se definirati vjerojatnost prekoračenja graničnog stanja uporabljivost i graničnog stanja nosivosti

Granično stanje uporabljivosti može se definirati kao stanje koje dovodi do gubitka svojstva uporabljivosti konstrukcije, u obliku prevelikih pomaka, progiba naprezanja ili vibracija. Dva granična stanja uporabljivosti koja promatrana konstrukcija mora zadovoljiti je

- a) Pomak vrha konstrukcije ne smije biti veći nego što nam propisuje Eurokod
- b) Nagib satelita uslijed pomaka konstrukcije koji se nalazi na visi od 15 m ne smije biti veći od 1%

Dok je granično stanje nosivosti definirano kao stanje povezano s iscrpljivanjem konstrukcije ili konstrukcijskog elementa. Lokalni slom pojedinog elementa neće utjecati na globalni slom što je potvrđeno u ovom radu.

Analiza i obrada rezultata dana je u poglavlju 12.



## 2 Općenito

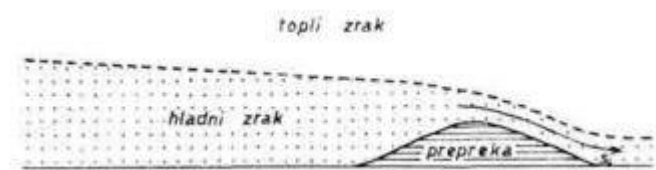
Za projektiranje i izvođenje konstrukcija potrebno je poznavati meteorološke parametre koji mogu značajno utjecati na sigurnost objekta. Djelovanje vjetra je jedno od glavnih dinamičkih opterećenja na konstrukciju. Eurokod i postojeći standardi prisiljavaju sve zemlje da izrade adekvatne podloge za svoje normativne akte, kao jedan takav je i HRN-EN 1991-2-4 na – *Djelovanje na konstrukciju, opterećenje vjetrom* daje uvid u to koje brzine vjetra čine meteorološku podlogu za izradu norma, ali ne definiranje metode proračuna tih brzina.

Položaj Hrvatske u blizini Alpskog masiva na sjeverozapadu, Dinarida duž jadranske obale i Panonske nizine u sjeveroistočnom dijelu zemlje uzrok je vrlo složenom strujnom režimu. Specifične značajke strujnog režima posebno u obalnim područjima Hrvatske, čine potrebu za poznavanjem vremenske i prostorne promjenjivosti brzine i smjera vjetra. Vjetrovi koji se pojavljuju na našoj obali mogu dosežati i do 50 m/s te su kao takvi ovisni o lokalnim karakteristikama okolnog terena. Njihova je karakteristika još i velika mahovitost i turbulentnost.[1]

Prema HRN-EN 1991-2-4 na osnovni vjetrovni parametri pri proračunu djelovanja vjetra na konstrukciju jest referentna brzina vjetra  $V_{ref}$  definirana kao najveća 10-minutna srednja brzina na visini 10 m iznad ravnog tla kategorije hrapavosti II koja se može očekivati jednom u 50 godina.

## 2.1 Bura

Bura je hladan, jak i mahovit vjetar koji djeluje lokalno na području Jadranskog mora, Poljske, Italije, Slovenije, Hrvatske, Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Grčke i Turske. Smjer djelovanja bure od sjevera (N) prema sjeveroistoku (NE), dok se na spomenutim područjima sjeveroistočnjak poistovjećuje sa samom burom. Preduvjeti za nastanak fenomena bure su dva prirodna gradijenta.[2] Prva je reljefna konfiguracija koja stvara masivnu planinsku prepreku nadolazećem hladnom zraku s kopna, uzdiže se i spušta na drugu stranu pri čemu nastaje hidraulički skok koji se manifestira naglim promjena brzine puhanja s obje strane prepreke. Drugi preduvjet je povezan s prvim jer razlika prostornog hladnog zaleđa i toplog mora, koji su razdvojeni reljefnom preprekom, rezultira velikim temperaturnim i baričkim gradijentom koji onda omogućuje pokretanje uzdužne mase zraka od zaleđa prema moru. [3] Srednja brzina vjetra rijetko kad prelazi 30 m/s, međutim kako je već napomenuto jedno od glavnih karakteristika bure je njezina mahovitost pri čemu brzina vjetra može biti i do pet puta veća od srednje brzine vjetra.



Slika 2-1 Shematski prikaz situacije za vrijeme bure [2]

Strelica na slici označava područje gdje bura doseže najveću brzinu. Naziv bura potječe od staro grčke riječi *boreas* što znači sjeverni vjetar.

Osnovne karakteristike bure na navedenom području dobro su opisane nelinearnom hidrauličnom teorijom jer je proces dominantno hidrostatičan, te se situacija za vrijeme bure se može donekle opisati situacijom prilikom podizanja vode preko brane. Nagomilani hladni zrak ([slika 2-1](#)) analogan je vodi u akumulaciji, planinska zapreka – brani, a hladni zrak koji se ruši preko planinske zapreke analogan je slapu vode. Visina planinske zapreke važan je čimbenik kod nastanka bure. Kako hladni zrak pada niz obronak planine, uslijed kompresije se zagrijava otprilike 1°C na 100 m visinske razlike. Ukoliko je prepreka tj. planina previsoka, može se hladni zrak znatno ugrijati te prilikom spuštanja gubi značajku bure. Osim toga, hladni zrak teže preplavi zapreku, ali ni preniska planinska zapreka nije pogodna za buru.

Povoljni su uvjeti za buru tamo gdje umjereno visoka i uska planina dijeli hladne zračne mase nad kontinentalnim od toplih zračnih masa nad morem. Uvjet za buru su Alpe i Dinaridi, koji u dužini od oko 2000 km predstavljaju zapreku hladnoj fronti prilikom prodiranja sa sjeverozapada, sjevera ili sjeveroistoka prema toplijem području Mediterana. Tako dolazi do nagomilavanja hladnog zraka i do njegova prelijevanja preko dinarske planinske zapreke u području Jadrana.

Bura osjetno djeluje na meteorološke elemente. Temperatura zraka i jačina vjetra često se naglo promijene nastupom bure. Temperatura zraka može opasti i za desetak stupnjeva Celzija, a vjetar naglo pojačati i do olujne jačine. Tlak zraka zbog veće težine hladnog zraka, obično je povećan za vrijeme bure, a samim time je i tlak vodene pare snižen zbog snižene temperature i suhoće hladnog zraka te to uvjetuje i sniženje relativne vlage.

## 2.2 Osnovna razmatranja o djelovanju vjetra na konstrukcije

Strujanje zraka koji se kreće brzinom  $V$  izaziva silu  $q$  po jedinici površine, pri čemu je  $q$  (zaustavni ili dinamički tlak) definiran sa

$$q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \quad (1)$$

Za zatvoreno strujanje zraka ukupan tlak konstantan je u svim točkama, čime se izražava Bernoulli-jevom jednadžbom

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2 \quad (2)$$

U navedenim jednadžbama (1) i (2)  $p_1$  i  $p_2$  su statički tlakovi u dvije točke strujanja zraka,  $\rho$  je gustoća zraka, a  $V_1$  i  $V_2$  su odgovarajuće brzine zraka. Kada se konstrukcija nalazi u strujanju zraka, na strani dolazećeg zraka brzina zraka se zaustavlja te se povećava prema bočnim stranama i izaziva vrtloge na suprotnoj strani. Tlak zraka je pozitivan na konstrukciji na strani vjetra, a negativan (podtlak) na ostalim stranama konstrukcije. Sila vjetra proporcionalna je s kvadratom brzine vjetra tako da je za danu površinu konstrukcije

$$\text{sila vjetra} = C \times V^2 \quad (3)$$

gdje je  $C$  koeficijent proporcionalnosti koji se naziva koeficijentom oblika. Veličina koeficijenta  $C$  određuje se na način da se obavlja se pokus u zračnom tunelu na modelima stvarnih objekata koji će se izvoditi. Koeficijent oblika  $C$  nije konstantan za sve brzine vjetra za poluaerodinamične oblike kao što je cilindar, već je ovisan o bezdimenzionalnoj veličini koja se zove Reynolds-ov broj ( $Re$ ). Reynoldsov broj predstavlja odnos inercijalnih i viskoznih sila vjetra. Kod oblika/tijela izloženog aerodinamičkog oblika, tipa avioni i rakete, dominantne sile vjetra su u većini situacija potpuno viskoznog karaktera. U graditeljstvu su dominantne inercijalne sile vjetra a ne viskozne, pa se vrijednosti Reynolds-ovog broja nalaze u intervalu od  $10^3$  do  $10^8$ .

Zbog dinamičkog efekta prirodnog strujanja zraka konstrukcija može oscilirati i u ustaljenom zračnom strujanju i to u slučaju:

- Samoodržavajuće nestabilnosti izazvane nestabilnom silom vjetra ili momentom
- Sprege dvaju oblika oscilacija od kojih je svaki za sebe stabilan
- Odvajanja vrtloga na zadanoj stani tijela koje nema aerodinamički oblik

Sve navedene pojave su funkcije karakteristika konstrukcije, mase, oblika, krutosti i prigušenja, u čijoj se ovisnosti određuje odziv konstrukcije. Općenito se može napisati:

$$\text{Pomaci/ naprezanja / deformacije konstrukcije} = \text{odziv konstrukcije} \times \text{pobuđujuća sila}$$

Prilikom proračuna odziv konstrukcije i pobuđujuće sile se analiziraju odvojeno, a zatim se analizira interakcijsko djelovanje. S gledišta prirode strujanja vjetra i odziva konstrukcije razlikujemo stacionarno i nestacionarno strujanje. Realno strujanje vjetra je nestacionarno (bura) i kao takva posljedica je turbulentnog strujnog polja oko konstrukcije. Turbulentni udari vjetra prisilna su pobuda slučajne prirode u smjeru vjetra zbog koje promatrana konstrukcija oscilira. Energija pobude se u statičkom smislu definira preko spektra energije, čime se omogućuje određivanje vrijednosti pobude za vlastite frekvencije konstrukcije. Za danu konstrukciju karakteristike odziva konstrukcije su nepromjenjive, tako da se, kombinirajući sve moguće pobude, dolazi do graničnih deformacija. Utjecaji turbulencija vjetra se zbrajaju sa statičkim deformacijama u smjeru/pravcu djelovanja vjetra, dok ostali utjecaji kao što je oscilacija mogu biti pod nekim kutom u odnosu na pravac vjetra. Utjecaji se zbrajaju vektorski u slučaju da se događa više vrsta oscilacija primjerice kod kružnih stupova sa zategama.

### 3 Izbor postupka za proračun

Ovisno o krutosti konstrukcije opterećenje vjetrom se može odrediti na dva načina: pojednostavljeno i točno.

*Pojednostavljeni postupak* – vrijedi za one konstrukcije koje nisu podložne titranju ili za one konstrukcije koje su srednje osjetljivosti na titranje uz uvrštenje dinamičkog koeficijenta  $C_d$ . Pojednostavljeni postupak se može primijeniti za

- za: građevine i dimnjake visine manje od 200m
- i mostove željezničke ili cestovne namjene čiji najveći raspon ne prelazi više od 200 m (uz uvjet da je dinamički koeficijent  $C_d < 1,2$  za titranje u smjeru vjetra).

Vrijednost dinamičkog koeficijenta  $C_d$  ovisi o materijalu građevine i dimenzijama građevine.

*Točan postupak* – primjenjuje se na one konstrukcije koje su osjetljive na vjetar (podložne titranju) i kod kojih je dinamički koeficijent  $C_d > 1,2$ .

Primjena točnog postupka kod proračuna djelovanja opterećenja vjetra na konstrukcije je vjerojatnija a i na strani veće sigurnosti što posebno vrijedi za središnji dio Hrvatske, priobalje i otoke.

#### 3.1 Vjetrovni parametri

##### 3.1.1 Srednja brzina vjetra

Za srednju brzinu vjetra vrijedi izraz

$$V_m(Z) = C_r(Z) \cdot C_t(Z) \cdot V_{ref} \quad (4)$$

gdje je:

$C_r(Z)$  – koeficijent hrapavosti (ovisi o visini iznad tla i hrapavosti terena ovisno o smjeru vjetra).

$C_t(Z)$  – topografski koeficijent (ovisi o topografskim karakteristikama okolnog terena).

$V_{ref}$  – referentna brzina vjetra koja je definirana kao 10 minutna srednja brzina vjetra izmjerena na visini od 10 metara iznad tla.

Koeficijent  $C_r(Z)$  i  $C_t(Z)$  čine koeficijent položaja  $C_e(Z)$  koji osim učinaka hrapavosti terena i topografije uzima u obzir i učinke visine iznad tla kod srednje brzine vjetra te utjecaj turbulentnog stanja.

$$C_e(Z) = C_r^2(Z) \cdot C_t^2(Z) \cdot (1 + 2gI_v(z)) \quad (5)$$

gdje je:  $g$  – vršni faktor,  $I_v(z)$  – stupanj turbulentnog strujanja.

### 3.1.2 Poredbeni tlak vjetra

To je dinamički ili zaustavni tlak koji proizlazi iz srednje brzine vjetra:

$$q_{ref} = \frac{1}{2} \rho V_{ref}^2 \quad (6)$$

### 3.1.3 Tlak vjetra na površini

Pretpostavlja dovoljno krute površine kod kojih se mogu zanemariti njihove rezonantne vibracije uzrokovane vjetrom. Razlikujemo vanjski, unutarnji i resultantni tlak.

*Vanjski tlak* – djeluje na vanjsku površinu konstrukcije

$$W_e = q_{ref} \cdot C_e(Z_e) \cdot C_{pe} \quad (7)$$

gdje je:  $C_{pe}$  – koeficijent vanjskog tlaka (koeficijent oblika) ovisi o obliku i veličini opterećene plohe

*Unutarnji tlak* – djeluje na unutarnje površine konstrukcije

$$W_i = q_{ref} \cdot C_e(Z_e) \cdot C_{pi} \quad (8)$$

gdje je:  $C_{pi}$  – koeficijent unutarnjeg tlaka funkcija je omjera otvora kod zgrada.

### 3.1.4 Sila vjetra zbog tlaka i sile trenja vjetra

Sila vjetra zbog tlaka – djelovanje je vjetra na konstrukciju ili konstrukcijske elemente, a može se odrediti na dva načina: 1) kao srednja vrijednost resultantnih sila  $F_w$  ( $C_w > 1,2$ ), 2) kao sila koja proizlazi iz zbroja tlakova na plohe konstrukcije koji nisu osjetljivi na dinamičku pobudu ( $C_d < 1,2$ ). Resultantna sila  $F_w$  određuje se prema izrazu:

$$F_w = q_{ref} \cdot C_e(Z_e) \cdot C_d \cdot C_f \cdot A_{ref} \quad (9)$$

Sila trenja – djelovanje vjetra na konstrukcije ili elemente duž velikih krovnih površina

$$F_{fr} = q_{ref} \cdot C_e(Z_e) \cdot C_{fr} \cdot A_{fr} \quad (10)$$

## 4 Prostorne konstrukcije

Prostorne konstrukcije su konstrukcijski sustavi u obliku trodimenzionalnog elementa, koji nose opterećenja koja mogu djelovati u bilo kojem trenutku, pod bilo kojim kutom i djelovati u bilo kojem smjeru. Trodimenzionalnost podrazumijeva djelovanje opterećenja okomito na ravninu ili zakrivljenu cilindričnu površinu. [4]

Prostorno rešetkasta konstrukcija razlikuje se od prostorno okvirnog sustava. Prostorne rešetke su sustavi kojima su elementi zglobovno povezani, dok su elementi kod prostornih okvira povezani kruto.

### 4.1 Tipovi prostornih konstrukcija

Klasificiranje prostornih rešetki je vrlo složeno zbog velike različitosti njezinih mogućih oblika. Mogu se podijeliti u pet različitih kategorija:

- 1) Skeletne ili rešetkaste prostorne konstrukcije
- 2) Prednapete konstrukcije
- 3) Viseće konstrukcije
- 4) Pneumatske ili napuhane konstrukcije
- 5) Tensegrity (vlačno ukružene) konstrukcije

Od navedenih tipova, najpopularnije i najčešće korištene su rešetkaste prostorne konstrukcije zbog mogućnosti ali i jednostavnosti spajanja takvih konstrukcija u jedinstvenu cjelinu te mogućnosti formiranja unikatne konstrukcije.

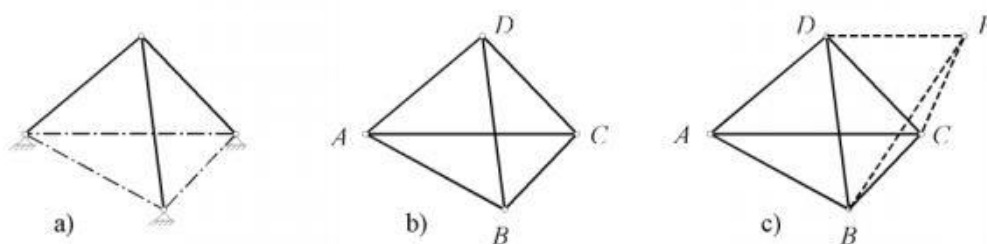
### 4.2 Prostorne rešetkaste konstrukcije

Prostorne rešetkaste konstrukcije imaju malu vlastitu težinu te se svrstavaju u lake metalne konstrukcije. Kako su ravninski rešetkasti nosači dopuna linijskih nosača, tako prostorni rešetkasti nosači predstavljaju dopunu masivnih površinskih nosača. [5]

Ideja o prostornim rešetkastim nosačima preuzeta je iz prirode, paukova mreža i pčelinje saće primjeri su prostornih konstrukcija koje sadrže sve elemente moderne konstrukcije. Prve teorijske osnove za formiranje prostornih rešetkastih nosača postavio je August Föppl, 1892. godine:

- 1) Najmanje geometrijsko tijelo, koje se može koristiti kao osnovno element za formiranje prostorne rešetke formira se od četiri trokutne površine, povezanih sa četiri čvora i šest štapova
- 2) Svaki osnovni element sa četiri površine je statički stabilan
- 3) Najbolje je formiranje prostornih rešetki od četveropovršinskih elemenata

Najjednostavnija prostorna rešetka je trostrana piramida ([slika 4-1a](#)). Ako piramidu odvojimo od njegove krute podloge, stabilnost se može zadržati ako se dodaju tri nova štapa koja spaja čvorove u osloncima. Na taj način dobije se kruto geometrijsko tijelo, odnosno tetraedar ([slika 4-1b](#)). Tetraedar se potom može proširiti dodavanjem tri nova štapa koja se spajaju u novom čvoru ([slika 4-1c](#)) te se na taj način može oblikovati prostorna rešetkasta struktura, čiji je osnovni element tetraedar.




















Slika 4-1 Osnovni moduli prostornih rešetkastih konstrukcija [5]

Osnovni stereometrijski elementi ([slika 4-2](#)) koji se koriste za izvođenje prostornih rešetkastih nosača su:

- Tetraedar, koji je kinematički stabilan i određen
- Kocka, koja se može stabilizirati dodavanjem dijagonala
- Oktaedar, kinematički stabilan
- Pentagon, ima dvanaest stranica u vidu peterokuta, a stabilizira se dodavanjem po dvije dijagonale u svakom peterokutu



Oblik	Oznaka	Statički	Posebnosti
	Tetraedar	Krut	 Varijanta razdvajanja pritiska od zatezanja
	Heksaedar (kocka)		Pogodan za slaganje Dalja stabilna varijanta
	Oktaedar	Krut	 Varijanta
	Pentagon - odekaedar		
	Ikosaedar	Krut	Pogodan polazni oblik za konstrukciju kupola
	Kubni oktaedar		Pogodan polazni oblik za konstrukciju kupola
	Romb - dodektaedar		Pružna mogućnost za zbijanje u loptu. Važno telo za razumevanje roštilja od štapova
	Zarubljeni oktaedron		Pogodan za slaganje
	Romb - kuboktaedar		Pružna pogodan raspored čvorova za roštilje od štapova
	Lopta	Krut	

Slika 4-2 Uobičajeni stereometrijski elementi [5]

Osnovne prednosti i nedostaci prostorno rešetkastih konstrukcija:

Osnovne prednosti prostorno rešetkastih konstrukcija su:

- Velika krutost i mala deformacija kod velikih raspona bez međuoslonaca
- Veća otpornost na požarno djelovanje u odnosu na klasične rešetke
- Velika iskorištenost poprečnog presjeka i mala težina konstrukcije
- Mala visina konstrukcije u odnosu na raspon ( $h/L = 1/15 - 1/25$ )
- Mogućnost serijske i industrijske proizvodnje
- Prostorna raspodjela sila
- Velik oblikovni potencijal
- Laka i brza montaža

Nedostaci:

- ### 4.3 Lokacija i tip konstrukcije

Za smjer bure i jugo, okoliš u blizini antenskog stupa ima nisko raslinje te mali nagib što prema Davenportovoj klasifikaciji odgovara hrapavosti terena od 0.1 m. Iz profilnih mjerenja brzine vjetra, prema logaritamskom zakonu promjene brzine po visini, dobivena hrapavost iznosi 0.051.

11

globalnom zoniranju po osnovnoj brzini vjetra pripada zoni II, stup se nalazi na izrazito izloženoj poziciji, te se očekuju velike brzine vjetra.

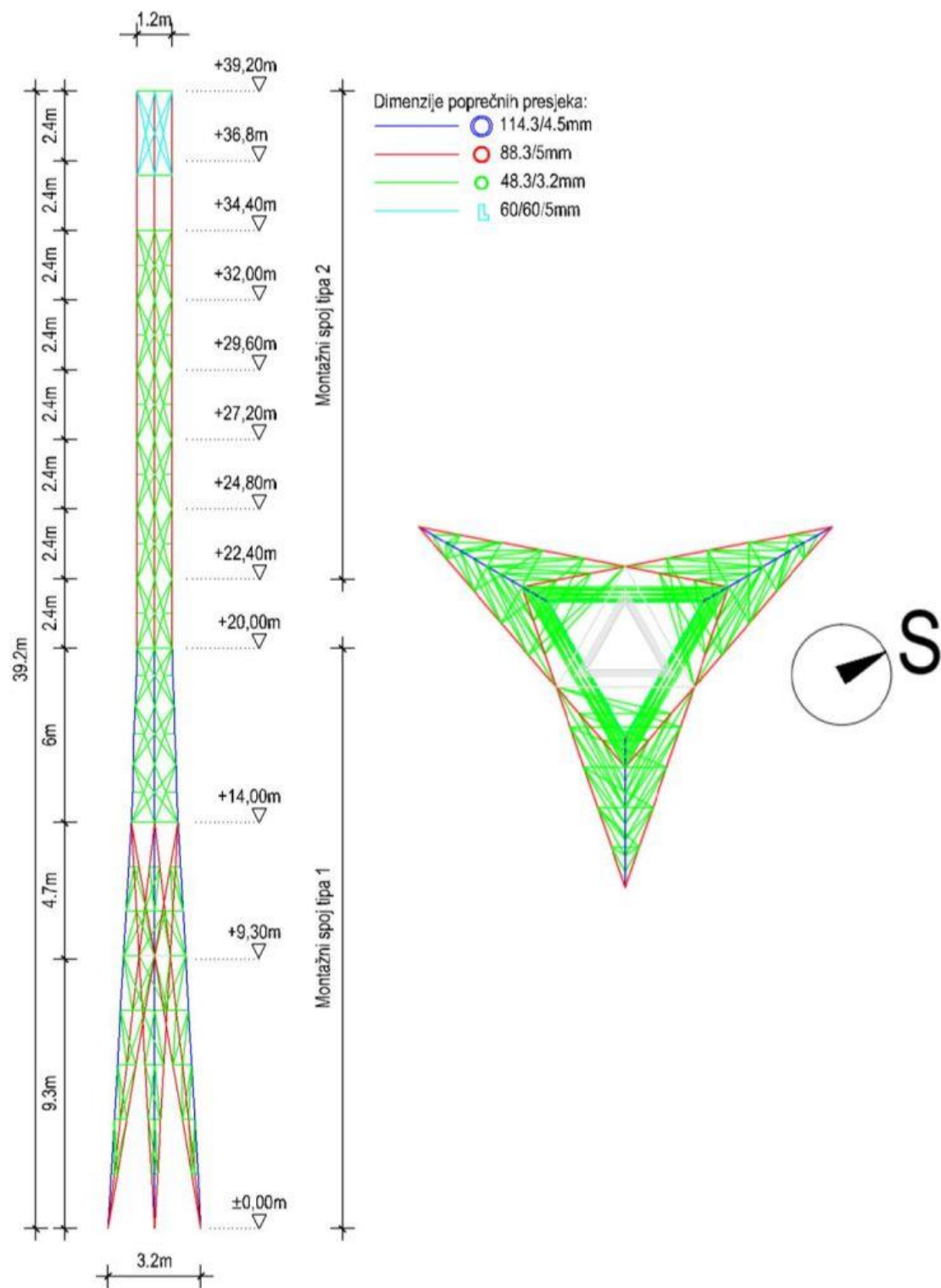
#### 4.4 Konstrukcija antenskog stupa [3]

Antenski stup je izveden kao prostorna rešetkasta konstrukcija od čeličnih šupljih okruglih cijevi. Riječ je tipskom stupu ACS44B koji koristi T-Mobile. Ukupni poprečni presjek je trokutasti s promjenjivom širinom. U bazi je razmak između pojasnica 3.2 m, a pri vrhu je širine 1.2 m. Ukupne visine je 39.2 m. Poprečni presjeci vanjskih pojasnica su 114.3/4.5 mm, te 88.3/5 mm unutrašnjih pojasnica uz tlo, a na višoj razini poprečni presjek 88/5.0 mm. Ispune su dimenzija 48.3/3.2 mm. Konstrukcija je izvedena u segmentima, s četiri karakteristična segmenta. Prvi su segmenti trokutaste rešetke promjenjivog ukupnog presjeka s vanjskom pojasnicom 114.3/4.5 mm i dvije unutarnje od 88.3/5 mm. Segmenti su visine 9.3 m. Drugi se segment nastavlja na prvi, istih dimenzija pojasnica. Visina drugog segmenta iznosi 4.7 m. Treći je segment visine 6 m. Nakon trećeg segmenta, ide niz od 8 segmenata visine 2.4 m. Unutar segmenta spojevi su zavareni, a spojevi između segmenata ostvareni su vijčanim vezama vijcima klase 10.9. Spoj stupa i temelja ostvaren je preko vijaka klase 5.6. Osnovni materijal konstrukcije je S355.



Slika 4-4 Fotografija antenskog stupa

Stup je orijentiran jednom stopom prema sjeveru. Konzole s meteorološkom mjernom opremom su postavljene na sjeveroistočnu stranu.



Slika 4-5 Skica antenskog stupa [5]

## 5 Monte Carlo metoda

Monte Carlo metoda je probabilistički računalni algoritam u kojem se vrijednosti jedne ili više slučajnih varijabli zadaje funkcijom gustoće, a kojem je cilj predvidjeti sve moguće ishode procesa te vjerojatnosti njihovog pojavljivanja. Kao takva, Monte Carlo metoda se pokazuje izuzetno korisnom u procesu donošenja odluka u uvjetima rizika.

Uz pojam metoda još se koristi i simuliranje procesa. U užem smislu simulacijsko modeliranje je proces stvaranja i eksperimentiranja s računalnim matematičkim modelom nekog fizikalnog sustava u cilju razumijevanja, projektiranja i poboljšanja procesa.

### 5.1 Općenito o Monte Carlo

Bilo koji način rješavanja problema koji se oslanja na generiranje velikog broja slučajnih brojeva te promatranje udjela tih brojeva koji pokazuje željena svojstva naziva se Monte Carlo metoda. Monte Carlo metodu je 1946. godine osmislio Stanislaw Ulam dok je radio na razvoju nuklearnog oružja u *Los Alamos National Laboratory*, a ime je dobila po kasinima Monte Carla gdje je ujak S. Ulama često kockao. Vrijednost metode je ubrzo prepoznao John von Neumann koji je napisao program za prvo elektroničko računalo, ENIAC koje je probleme neutronske difuzije u fizibilnim materijalima rješavalo upravo Monte Carlo metodom. Vrijednost Monte Carlo algoritma leži u tome što kao rezultat daje sve moguće ishode, ali i vjerojatnost pojavljivanja svakog od tih ishoda. Nadalje, nad rezultatima Monte Carlo simulacije je moguće provesti analizu osjetljivosti kako bi se identificirali čimbenici koji najviše utječu na ishod procesa kako bi se njihov utjecaj ograničio ili naglasio, ovisno o njihovoj prirodi. Algoritam se može objasniti na sljedeći način:

1. Matematički modelirati poslovni proces
2. Pronaći varijable čije vrijednosti nisu potpuno izvjesne
3. Odrediti funkciju gustoće koje dobro opisuju učestalost kojima slučajne varijable poprimaju svoje vrijednosti
4. Ukoliko među varijablama postoje korelacije, napraviti matricu korelacija
5. U svakoj iteraciji svakoj varijabli dodijeliti slučajnu varijablu proizašlu iz funkcije gustoće uzimajući u obzir matricu korelacije
6. Izračunati izlazne vrijednosti i spremiti rezultate

7. Korake 5 i 6 ponoviti n puta
8. Statistički analizirati rezultate simulacije

Monte Carlo metoda je često korištena numerička metoda za rješavanje raznorodnih problema upotrebom računalnih mogućnosti. Primjenjuje se na probleme koji se mogu svesti na aproksimiranje integrala.[6]

## 5.2 Uzorkovanje

Monte Carlo simulacija temelji se na poznavanju prijenosa funkcije  $Z = f(X_1; X_2; \dots)$  s kojom se ulazi pretvaraju u izlazne procese. Varijable  $X_1, X_2, \dots$  su slučajne veličine koje slijede određene razdiobe. [7]

U Monte Carlo simulaciji, cijeli se sustav simulira velikim brojem vremenskih intervala. Svaki interval sadrži po jednu realizaciju svake ulazne veličine. Slučajna vrijednost realizacije generirana je računalom na temelju poznatih razdioba. Na temelju vrijednosti ulaznih veličina i prijenosa funkcije izračunava se vrijednost izlaznog parametra procesa. Statističkom analizom izlaznih vrijednosti dobije se funkcija razdiobe. Izlaz se ne opisuje pojedinom vrijednošću već određenom funkcijom razdiobe.

Preciznost simulacije ovisi o veličini uzorka  $N$ , odnosno o broju vremenskih intervala. Preciznost simulacije je veća što je veći broj vremenskih intervala  $N$ .

## 5.3 Ograničenja Monte Carlo simulacije

U osnovi Monte Carlo metoda analize je iznimno jednostavan princip aproksimacije, ali može biti računalno zahtjevan za izračunavanje. Nije teško napisati računalni program koji se koristiti Monte Carlo metodu analize, nego je problem što se mnogi tako napisani programi mogu izvršavati dani. Međutim, postoje načini da se ubrza Monte Carlo metoda analize. U tim slučajevima koriste se razne tehnike smanjivanja varijance.

U znanosti, dokazu zasnovanom na konceptijskom rezoniranju, daje se prednost u odnosu na simulaciju, budući simulacija često ne pruža razumijevanje razloga za dobiveni rezultat. Računalna simulacija empirijskih modela položna je ograničenju u smislu da model ne prezentira na odgovarajući način. U primjeni Monte Carlo simulacije problem je najčešće u pomanjkanju znanja o stvarnom modelu. Definiranje modela temelji se na iskustvu, podacima iz literature ili iz povijesnih podataka ako postoje.

## 6 Uzorkovanje prema principu latinske hiperkocke (Latin Hypercube Sampling)

Latin hypercube uzorkovanje (*eng. sampling*) je izumljena kako bi se riješila procjena nesigurnosti za određen tip problema. Uzmimo na primjer varijablu  $Y$  koja je funkcija varijabli  $X_1, X_2, \dots, X_k$ . Ova funkcija sama po sebi može biti poprilično komplicirana kao što je računalna simulacija. Nadalje, postavlja se pitanje „Kako  $Y$  varira kada  $X$  varira ovisno o nekoj pretpostavljenoj zajedničkoj vjerojatnosti distribucije?“. Isto tako se može pitati „Koja je očekivana vrijednost  $Y$ ?“ i „Koji je 99-i percentil od  $Y$ ?“

Konvencionalni pristup rješenju ovog problema je korištenjem Monte Carlo metode. Uzorkovanjem više puta od pretpostavljene zajedničke funkcije gustoće vjerojatnosti  $X$  i procjene  $Y$  za svaki od uzoraka, distribucija  $Y$  zajedno s srednjom vrijednošću i ostalim karakteristikama se može izračunati. [8]

### 6.1 Uzorkovanje

Alternativni pristup koji može dati preciznije rezultate je korištenje scheme ograničenog Monte Carla. Jedna od takvih schema je Latin hypercube uzorkovanje (LHS). LHS selektira  $n$  različitih vrijednosti za svaku od  $k$  varijabli  $X_1, X_2, \dots, X_k$  na sljedeći način: raspon svake varijable je podijeljen na  $n$  intervala (koji se ne preklapaju) na temelju jednake vjerojatnosti. Nasumično se odabire jedna vrijednost iz svakog skupa intervala, s obzirom na gustoću vjerojatnosti. Dobivene  $n$  vrijednosti za  $X_1$  su uparene na slučajni način s  $n$  dobivenim vrijednostima  $X_2$ . Ovi  $n$  parovi kombiniraju se na slučajnu način s  $n$  vrijednostima od  $X_3$  te se formira  $n$ -trojka itd. sve dok se  $n$   $k$ -trojke ne formiraju. Ukratko je opisan Latin hypercube uzorkovanje. Ovaj primjer (ili neki drugi s uzorkom veličine  $n$ ) se može razmotriti kao formiranje  $n \times k$  matrice gdje  $i$ -ti redak sadrži specifične vrijednosti  $k$  ulazne varijable koja će se koristiti na  $i$ -toj simulaciji

Sljedeći primjer nam će pokazati kako se intervali određuju kod LHS-a. Uzima se primjer gdje se želi stvoriti uzorak LHS-a veličine  $n=5$  s dvije ulazne varijable. Pretpostavit će se da prva nasumična varijabla  $X_1$  ima normalnu distribuciju s srednjom vrijednošću  $\mu$  i varijancom  $\sigma^2$ . Krajnje točke intervala se vrlo jednostavno određuju preko parametara  $\mu$  i  $\sigma^2$ . Interval za  $n=5$  su prikazani na [slici 6.1](#) u smislu funkcije gustoće i funkcije kumulativne distribucije (CDF). Intervali na [slici 6.1](#) zadovoljavaju uvjet

$$P(-\infty \leq X_1 \leq A) = P(A \leq X_1 \leq B) = P(B \leq X_1 \leq C) = P(C \leq X_1 \leq D) = P(D \leq X_1 \leq \infty) = 0.2$$

Tako da svakom od 5 intervala odgovara 20% vjerojatnosti.

Druga slučajna varijabla  $X_2$ , ima uniformnu distribuciju na intervalu od G do L. Intervali su dani na [slici 6.2](#) kako funkcija gustoće tako i CDF.

Sljedeći korak kod LHS-a je da se odabiru vrijednosti u svakom od 5 odgovarajućih intervala kod varijabli  $X_1$  i  $X_2$ . Odabir vrijednosti mora biti slučajan poštujući gustoću svakog intervala. Na primjer, u intervalima  $(-\infty, A)$  za vrijednost  $X_1$ , vrijednosti bliže A će imati veću vjerojatnost odabira nego one vrijednosti na rubu distribuciju koje se protežu do  $-\infty$ . Zatim, odabrane vrijednosti varijabli  $X_1$  i  $X_2$  se nasumično uparuju kako bi se stvorili pet dvodimenzionalnih ulaznih vektora. U izvornom konceptu uzorkovanja LHS-a, uparivanje je učinjeno povezivanjem slučajne permutacije prvih  $n$  brojeva sa svakom ulaznom varijablom. Na primjer, razmotrimo dvije slučajne permutacije brojeva (1,2,3,4,5):

Set permutacija 1: (3,1,5,2,4)

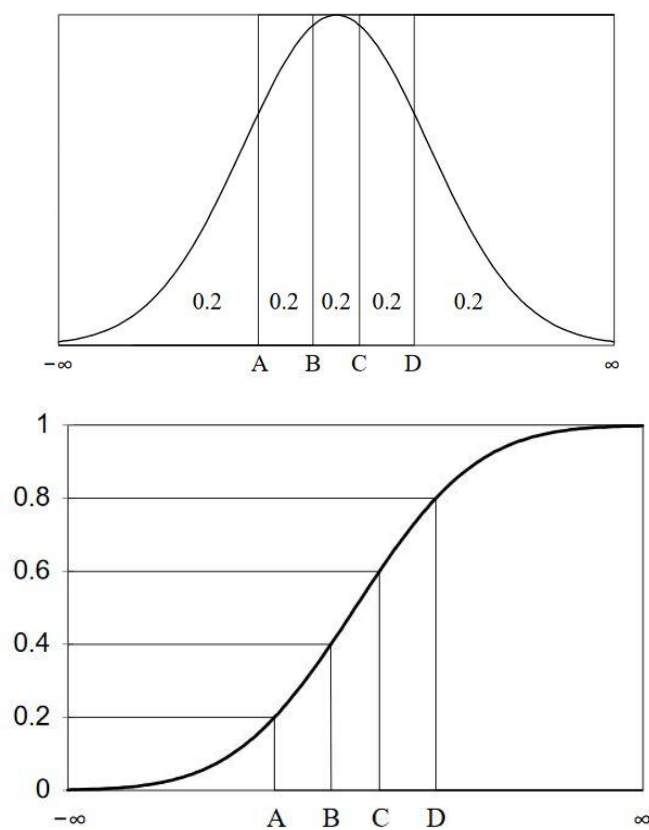
Set permutacija 2: (2,4,1,3,5)

Koristeći odgovarajuće pozicije permutacija intervala  $X_1$  (Set 1) i  $X_2$  (Set 2), parovi intervala bili bi formirani na sljedeći način:

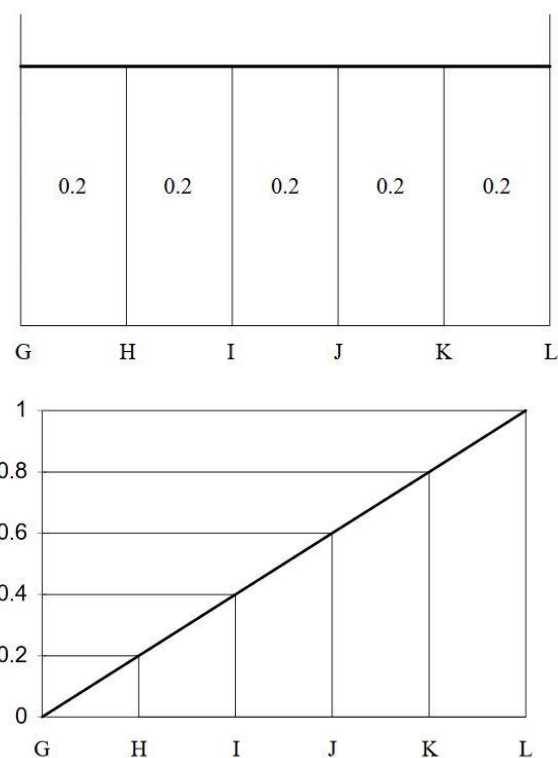
Broj pokreta računala	Interval za $X_1$	Interval za $X_2$
1	3	2
2	1	4
3	5	1
4	2	3
5	4	5

Tablica 6-1



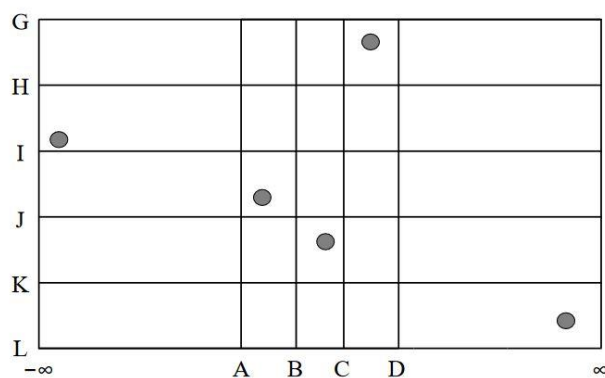


Slika 6-1 Latin Hypercube uzorkovanje intervali s uzorcima  $n=5$  gdje slika iznad prikazuje normalnu raspodjelu, slika ispod funkciju kumulativne distribucije za normalnu distribuciju



Slika 6-2 Latin Hypercube uzorkovanje intervali s uzorcima  $n=5$  gdje slika iznad prikazuje gustoću funkcije, a slika ispod funkciju kumulativne distribucije za uniformnu distribuciju

Pri prvom pokretu ulazni vektor se formira na način da se selektiraju vrijednosti varijable  $X_1$  iz trećeg intervala (B do C) te se uparuju sa specifičnim vrijednostima varijable  $X_2$  drugog intervala (H do I). Vektori za drugu i svaki sljedeći pokret rade se na isti način.



Slika 6-3 Dvodimenzionalna reprezentacija jedne realizacije Latin Hypercube uzorkovanja s pet uzoraka i dvije varijable

Nakon šta se dobiju specifične vrijednosti od svake varijable, uzete za formiranje 5 ulaznih vektora dvodimenzionalna matrica LHS se može formirati kao što je prikazano na ([slici 6.3](#)).

## 7 Turbulencija

Turbulencija je nepravilno vrtložno gibanje koje se pojavljuje u tekućinama i plinovima kad struje pored čvrstih predmeta ili kad im brzina strujanja prijeđe određenu granicu. Za turbulentno strujanje karakteristično je da pored srednje brzine cijelog strujanja, svaka čestica tekućine ili plina ima još i dodatnu brzinu koja može biti djelomično u smjeru glavnog strujanja, djelomično oprečna na smjer strujanja. U atmosferi je strujanje zraka (vjetra) uvijek turbulentno; vjetar puše gotovo redovito na mahove i smjer mu se neprestano mijenja. Rezultat turbulentnog gibanja zraka je međusobno djelovanje zračnih slojeva različitih brzina; brži sloj utječe na sporiji i obrnuto (turbulentno trenje).

Razina turbulencije ili mahovitost može se izmjeriti standardnom devijacijom ili pogreškom kvadratne sredine. Prvo se oduzima stalna ili srednja komponenta i kvantificiraju rezultirajuća odstupanja. Budući da se mogu pojaviti pozitivna i negativna odstupanja, prvo se kvadriraju odstupanja prije osrednjavanja te se zatim korjenjuje kako bi se dobila brzina vjetra. Jednadžba standardne devijacije se može zapisati u obliku:

$$\sigma_u = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T [U(t) - \bar{U}]^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

gdje je  $U(t)$  komponenta ukupne brzine u smjeru vjetra, jednaka  $\bar{U} + u(t)$ , gdje je  $u(t)$  komponenta longitudinalne turbulencije fluktuirajuće brzine u smjeru srednje brzine vjetra. Ostale komponente turbulencije u bočnom horizontalnom smjeru  $v(t)$  i vertikalnom smjeru  $w(t)$  kvantificirani su standardnom devijacijom  $\sigma_v$  i  $\sigma_w$ . [9]

### 7.1 Reynolds-ova dekompozicija

Osnovna razlika između fluida i krutih tvari jest u njihovom odgovoru na sile koje u tom trenutku djeluju na njih. Konstrukcija će se deformirati u vlaku, tlaku ili posmiku sve do granice čvrstoće materijala. Fluid će imati elastične deformacije samo za normalna

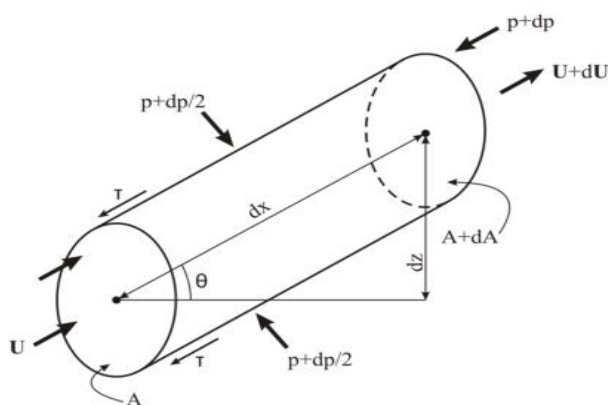
naprezanja, a za posmična naprezanja kontinuirano će se deformirati uz mali otpor tj. teći će.

Po definiciji Newton-ovi fluidi su nestišljivi, odnosno nemaju promjene volumena uslijed normalnog naprezanja, a posmična naprezanja opisuju Newton-ov zakon viskoznosti

$$\tau = \frac{\mu dU}{dy} \quad (12)$$

gdje je  $\tau$  posmično naprezanje,  $\mu$  koeficijent dinamičke viskoznosti,  $dU/dy$  gradijent brzine. Posmična naprezanja između dva sloja ovise o dinamičkoj viskoznosti i razlici brzina slojeva. Za zrak dinamički koeficijent viskoznosti je malen ( $1.79 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$ ) tako da su i posmična naprezanja mala osim ako gradijent brzine nije dovoljno velik. Kada su slojevi u gibanju, posmična su naprezanja zanemariva, fluid se giba uslijed normalnih naprezanja i gibanje je neviskozno. Izvod na diferencijalnoj strujnoj cijevi glasi

$$dp / \rho_a + U dU + g dy = 0 \quad (13)$$



Slika 7-1 Sile na diferencijalnu strujnu cijev [3]

Integracija diferencijalnog zapisa moguća je još uz tri pretpostavke: gustoća fluida je konstantna (nestišljivost), strujnica nema veliku zakrivljenost (irrotaciono gibanje) i gibanje je ustaljeno (nema akceleracije, nema turbulencije). Integracijom se dobiva Bernoullijeva jednačina, koja je osnova računa hidrodinamike. [3]

Turbulentno strujanje se pojavljuje kad brzina fluida dovoljno poraste te više ne vrijede pretpostavke o nestišljivosti i neviskoznosti fluida.

Brzina fluida u turbulentnom režimu može se opisati tzv. Reynoldsovom dekompozicijom

$$\begin{aligned}
dx / dt &= \mathbf{U} + \mathbf{u} \\
dy / dt &= \mathbf{V} + \mathbf{v} \\
dz / dt &= \mathbf{W} + \mathbf{w}
\end{aligned} \tag{14}$$

gdje su komponente  $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}$  srednje brzine toka koje definiraju tečenje fluida, a  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  i  $\mathbf{w}$  predstavljaju turbulentnu komponentu koja se u vremenu znatno brže mijenja od srednje komponente. Turbulentne komponente tečenja su kaotične i ponašaju se kao slučajne varijable sa srednjom vrijednošću nula. Varijanca turbulencije odnosno kvadrat standardne devijacije je vrijednost koja definira snagu turbulencije.

Za srednje vrijednosti  $U, V$  i  $W$  model vrijedi samo ako se promatraju strujnice u njihovom smjeru. Kako je srednja vrijednost turbulencije jednaka nuli onda nema prijenosa mase preko turbulentnih komponenti. Turbulentni momenti po osima su  $\overline{\mathbf{u}^2}, \overline{\mathbf{v}^2}$  i  $\overline{\mathbf{w}^2}$  te kao takve predstavljaju normalan tlak i kombiniraju se sa srednjim brzinama toka u jednadžbu srednjeg dinamičkog turbulentnog tlaka.

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho_a (\mathbf{U}^2 + \mathbf{V}^2 + \mathbf{W}^2 + \overline{\mathbf{u}^2} + \overline{\mathbf{v}^2} + \overline{\mathbf{w}^2}) \tag{15}$$

Izrazi  $\overline{\mathbf{u}\mathbf{v}}, \overline{\mathbf{u}\mathbf{w}}$  i  $\overline{\mathbf{v}\mathbf{w}}$  sadržavaju srednju kovarijancu. Ovi izrazi mogu biti bilo koje vrijednosti i predstavljaju turbulentna posmična naprezanja. Zbog kaotičnih i slučajnih karakteristika turbulencija, ista ne može biti definirana determinističkim parametrima, osim osnovnih prosječnih osrednjenih vrijednosti varijance i kovarijance. Da bi se opisala turbulencija, potrebni je koristiti kompleksnije determinističke funkcije kao što je spektralna analiza, kros-spektralna analiza, autokorelacija i kroskorelacija a opis tih funkcija je dan u sljedećim poglavljima. Te determinističke funkcije opisuju vremenski osrednjene karakteristike turbulencije u prostornoj i frekventnoj domeni.

## 7.2 Intenzitet turbulencije

Omjer standardne devijacije svake fluktuirajuće komponente i srednje vrijednosti je još poznat kao intenzitet turbulencije.

$$I_u = \sigma_u / \overline{U} \text{ (uzdužno)} \tag{16}$$

$$I_v = \sigma_v / \overline{U} \text{ (bočno)} \tag{17}$$

$$I_w = \sigma_w / \overline{U} \text{ (vertikalno)} \tag{18}$$

Ispitivanja su pokazala da tijekom oluja u razini tla standardna devijacija uzdužne brzine vjetra  $\sigma_u$  je jednaka  $2.5 u_*$  brzini trenja, pa jednadžba intenziteta turbulencije glasi

$$I_u = \frac{2.5u_*}{(u_* / 0.4) \ln(z / z_0)} = \frac{1}{\ln(z / z_0)} \quad (19)$$

Intenzitet turbulencije je povezan s površinskom hrapavošću izmjeren pomoću duljine hrapavosti  $z_0$ . Za vrlo hrapave terene, primjerice urbane terene i šume gdje se formira međusloj, oduzima se  $z$  visina međusloja  $z_h$  i dobiva se efektivna visina. Intenzitet turbulencije opada kako visina terena raste.

Bočna i vertikalna turbulencija su uglavnom manjih vrijednosti od uzdužnih. Međutim, za dobro razvijene granične slojeve, predloženi su jednostavni odnosi između standardne devijacije i brzine trenja  $u_*$  pa je tako standardna devijacija bočne brzine  $\sigma_v$  jednaka  $2.20 u_*$  dok je za vertikalnu komponentu  $1.3$  do  $1.4 u_*$ .

Slijedi da nam je jednadžba za  $I_v$  i  $I_w$  (uzimajući u obzir različite visine iznad tla) glasi

$$I_v \cong 0.88 / \log_e(z / z_0) \quad (20)$$

$$I_w \cong 0.55 / \log_e(z / z_0) \quad (21)$$

Navedene aproksimacije daju približne odnose, ali za različite tipove vjetra i lokacije vrijednosti mogu odstupati i do 50%.

Integralna skala turbulencije je mjera prosječne veličine turbulentnog vrtložnog toka. Postoji ukupno devet integralnih duljina koje odgovaraju za tri prostorna smjera i tri komponente turbulentne brzine. Označavaju se s oznakom  $L_i^j$   $i = u, v, w$  i  $j = x, y, z$  gdje je oznaka  $i$  mjera srednje brzine vjetra, a  $j$  oznaka turbulentne komponente. Matematički opis skale turbulencije glasi

$$L_u^x = \frac{1}{u^2} \int_0^\infty R_{u_1 u_2}(x) dx \quad (22)$$

gdje je  $R_{u_1 u_2}$  kros kovarijanca funkcije uzdužne brzine  $u_1 = u(x_1, y_1, z_1, t_1)$  i  $u_2 = u(x_1 + x, y_1, z_1, t_1)$ . Iz priloženog opisa je vidljivo da ukoliko kros kovarijanca funkcije brzo opadaju, da je integralna skala mala. Veličina integralne skale daje uvid o tome na kolikoj se površini očekuje utjecaj turbulencije toka.

## 8 Spektri

### 8.1 Reprezentacija zapisa iz vremenske domene u frekvencijsku

Ako imamo vjetar koji je slučajna pojava, kad bi išli djelovanje vjetra prebacit na konstrukciju mi moramo napraviti filtraciju tj. moramo propustiti signal koji je zanimljiv za promatranu konstrukciju a to je rezonantna frekvencija. Kad imamo mjerenja pored stvarnog signala uz stvarni signal imamo zalijepljene male fluktuacije koje nastaju malom promjenom tlaka te još imamo grešku i mjerenju.

Cilj je izolirati koji dio signala nosi najveću količinu energije. Izorati koji dio nosi najveći dio energije se radi u spektralnoj analizi. Spektralna analiza nam govori koliko je udio energije po svakoj frekvenciji te nas zanima kako će se ta energija disipirati kroz konstrukciju.

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (23)$$

### 8.2 Brza Fourierova transformacija

„Brza Fourierova transformacija“ (eng. Fast Fourier Transform *skraćeno* FFT) omogućuje učinkovito sredstvo za izračun vrijednosti DTFT (Discrete-time Fourier transform) na određenom skupu frekvencija. FFT se obično pronalazi u komercijalnom softveru ili programskom paketu. Ovdje će se opisati definicija i svojstva FFT-a. [10]

FFT od  $\{x_j\}_{j=0}^{N-1}$  je sekvenca  $\{y_j\}_{j=0}^{N-1}$  definirana sa

$$y_k = \sum_{j=0}^{N-1} x_j e^{-2\pi i j k / N} \quad k = 0, \dots, N-1 \text{ (FFT)} \quad (24)$$

Inverzna FFT  $\{y_j\}_{j=0}^{N-1}$  je definirana kao sekvenca  $\{z_j\}_{j=0}^{N-1}$  gdje je

$$z_j = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_k e^{2\pi i j k / N} \quad j=0, \dots, N-1 \text{ (inverzna FFT)} \quad (25)$$

Treba uzeti u obzir da je  $\{y_j\}_{j=0}^{N-1}$  kompleksna vrijednost, iako je  $\{x_j\}_{j=0}^{N-1}$  realna vrijednost.

Ovdje se  $\{y_j\}_{j=0}^{N-1}$  naziva „Diskretna Fourierova Transformacija“ (DFT) od  $\{x_j\}_{j=0}^{N-1}$ .

### 8.2.1 FFT Algoritam

Procjena DTFT-a na  $N$  frekvencija zahtijeva veliku računalnu snagu reda  $N^2$  tj  $O(N^2)$ .

Koristeći FFT algoritam reducirana je na  $O(N \log_2 N)$ , iako se vrijednosti procjenjuju na određenom skupu ravnomjerno raspoređenih frekvencija. Rješenje proizlazi iz toga da  $N$  potencija broja 2 npr.  $N=2^m$  za neki broj  $m$ , FFT sekvenca duljine  $N$  može dobiti iz dvije FFT sekvence duljine  $N/2$ , slično tako se za sekvencu duljine  $N/2$  može dobiti dvije FFT sekvence duljine  $N/4$  i tako dalje.

### 8.2.2 Generalna ideja

S obzirom  $\{x_j\}_{j=0}^{N-1}$  neka  $\{y_j\}_{j=0}^{N-1}$  bude FFT iz čega slijedi

$$y_k = \sum_{j=0}^{N-1} x_j e^{-2\pi i j k / N} \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (26)$$

Neka

$$w_N = e^{-2\pi i / N} \quad (27)$$

tako da je  $(w_N)^N = 1$ . Tada se  $y_k$  se može zapisati u smislu  $w_N$ :

$$y_k = \sum_{j=0}^{N-1} x_j w_N^{jk} \quad (28)$$

Odvajajući sume na parne i neparne  $j$  dobijemo

$$\begin{aligned} y_k &= x_0 w_N^{0 \cdot k} + x_2 w_N^{2 \cdot k} + \dots + x_{N-2} w_N^{(N-2) \cdot k} \quad (\text{parni } j) \\ &\quad + x_1 w_N^{1 \cdot k} + x_3 w_N^{3 \cdot k} + \dots + x_{N-1} w_N^{(N-1) \cdot k} \quad (\text{neparni } j) \\ &= \sum_{r=0}^{(N/2)-1} x_{2r} w_N^{2rk} + \sum_{r=0}^{(N/2)-1} x_{2r+1} w_N^{(2r+1)k} \end{aligned} \quad (29)$$

Kako je  $w_N^2 = w_{N/2}$  može se zapisati  $w_N^{2rk} = w_{N/2}^{rk}$  i  $w_N^{(2r+1)k} = w_{N/2}^{rk} w_N^k$ . Stoga

$$y_k = \underbrace{\sum_{r=0}^{(N/2)-1} x_{2r} w_{N/2}^{rk}}_{N/2 \text{ DFT od parnih uzoraka } x_e[k]} + w_N^k \underbrace{\sum_{r=0}^{N/2-1} x_{[2r+1]} w_{N/2}^{rk}}_{N/2 \text{ DFT od neparnih uzoraka } x_o[k]} \quad (30)$$



S druge strane, ukoliko razdvojimo  $\{x_j\}_{j=0}^{N-1}$  na dvije sekvence dužine  $N/2$ , na način da jedna sekvenca sadrži parne  $j$  a druga neparne  $j$  tj.  $\{x_{2r}\}_{r=0}^{(N/2)-1}$  i  $\{x_{2r+1}\}_{r=0}^{(N/2)-1}$ . Tad je FFT

$$\begin{aligned} y'_k &= \sum_{r=0}^{(N/2)-1} x_{2r} e^{-2\pi i r k / (N/2)} = \sum_{r=0}^{(N/2)-1} x_{2r} w_{N/2}^{rk} \\ y''_k &= \sum_{r=0}^{(N/2)-1} x_{2r+1} e^{-2\pi i r k / (N/2)} = \sum_{r=0}^{(N/2)-1} x_{2r+1} w_{N/2}^{rk} \quad k=0, \dots, \frac{N}{2}-1 \end{aligned} \quad (31)$$

Uspoređujući jednadžbe 29 i 30 dobije se da je

$$y_k = y'_k + w_N^k y''_k \quad k=0, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (32)$$

Prva polovica  $\{y_j\}_{j=0}^{N-1}$  se može dobiti iz  $\{y'_k\}_{k=0}^{(N/2)-1}$  i  $\{y''_k\}_{k=0}^{(N/2)-1}$ . Preostala polovica se može dobiti uporabom svojstva konjugirane zrcalne slike FFT tj.  $y_k = \overline{y_{N-k}}$ .

Iz svega se može zaključiti da se FFT sekvenca duljine  $N$  može dobiti od FFT-ova dviju duljina  $N/2$ . Dužina  $N/2$  svake sekvence se može dobiti iz FFT-a na način da se podijeli na  $N/4$  jednakih sekvenci.

### 8.3 Periodogram

U praksi se ne radi sa signalima beskonačnog titranja, već sa signalima  $x[n]$  koji postoje u ograničenom intervalu za  $n=0,1,\dots,N-1$  a ostale vrijednosti  $x[n]$  se smatraju jednakim nuli. Tad je spektralna gustoća energije jednaka

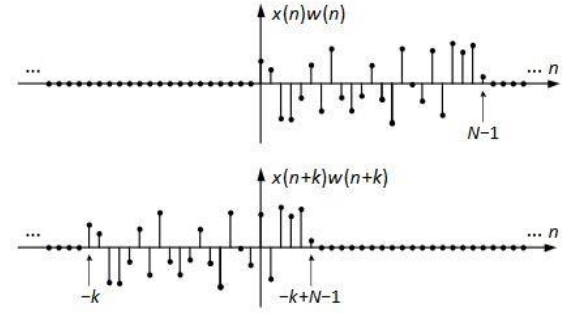
$$S_x(\omega) = \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \right|^2 \quad (33)$$

Snaga signala u funkciji normirane frekvencije dobije se na način da spektralnu gustoću energije podijelimo s brojem uzoraka signala.

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \right|^2 \quad (34)$$

Tu veličinu definirao je Schuster 1899 godine i naziva se *periodogram*.

$$\begin{aligned}
S_{xx}(\omega) &= \frac{1}{N} \left| \bar{X}(\omega) \right|^2 = \frac{1}{N} \bar{X}(\omega) X^*(\omega) \\
&= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \sum_{m=0}^{N-1} x(m) e^{j\omega m} \\
&= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x(n) x(m) e^{-j\omega(m-n)} \\
&= \sum_{k=-N+1}^{N-1} \left( \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|k|-1} x(n) x(n+k) \right) e^{-j\omega k} \\
&= \sum_{k=-N+1}^{N-1} r_{xx}(k) e^{-j\omega k}
\end{aligned}$$



Periodogram predstavlja Fourierovu transformaciju standardne ocjene autokorelirane funkcije slučajnog procesa.

### 8.3.1 Svojstva periodograma

$$\begin{aligned}
E\{S_x(\omega)\} &= E\left\{ \sum_{n=-N+1}^{N-1} r_{xx}(k) e^{-j\omega n} \right\} = \sum_{n=-N+1}^{N-1} E\{r_{xx}(n)\} e^{-j\omega n} \\
&= \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left( 1 - \frac{|n|}{N} \right) r_{xx}(n) e^{-j\omega n}
\end{aligned} \tag{35}$$

Očekivanje periodograma  $S_x(\omega)$  nije jednako stvarnom spektru snage  $S_x(\omega) = \text{FTD}\{r_{xx}(n)\}$ , već  $\text{FTD}\{r_{xx}(n)w_b(n)\}$ , gdje je  $w_b(n)$  trokutasta prozorska funkcija.

Varijanca periodograma  $S_x(\omega)$  za velike vrijednosti  $N$  u većini slučajeva od praktičnog interesa razmjerna kvadratu  $S_x(\omega)$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{Var}\{S_x(\omega)\} \sim S_x^2(\omega) \tag{36}$$

Spektrogram je nekonzistentna vrijednost  $S_x(\omega)$ , što znači da u velikoj mjeri zavisi od konkretne realizacije slučajnog procesa. Zbog svoje nekonzistentnosti, periodogram se ne smatra kvalitetnom vrijednosti  $S_x(\omega)$ .

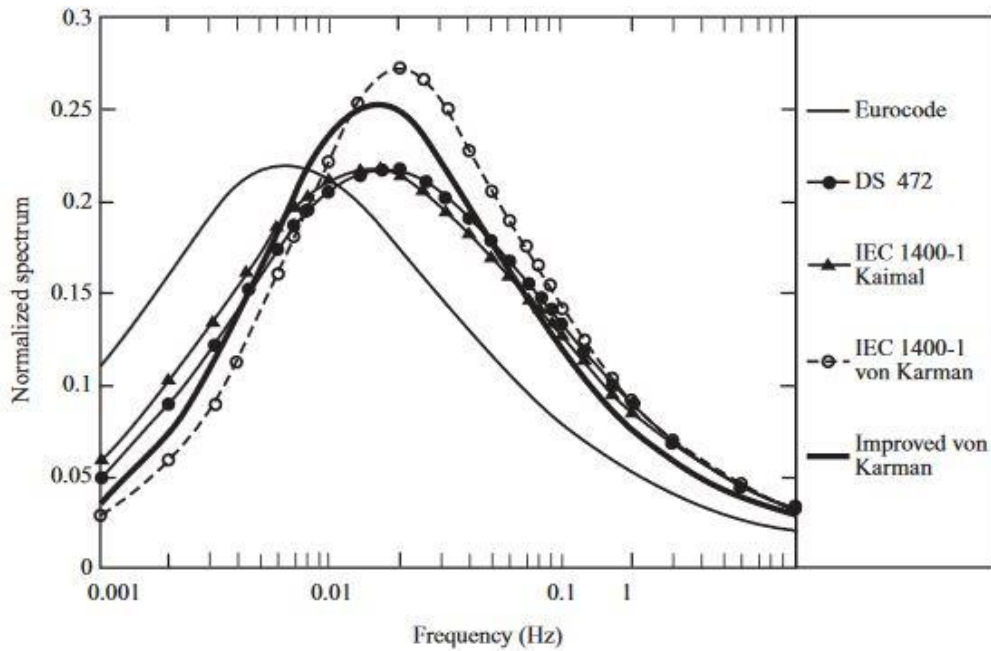
## 8.4 Teorijski spektri vjetra

### 8.4.1 Kaimal

Spektar turbulencije opisuje sadržaj frekvencije varijacije brzine vjetra. Prema Kolmogorov-om zakonu spektar se mora približiti asimptotskoj granici koja je proporcionalna  $n^{-5/3}$  pri visokoj frekvenciji ( $n$  označava frekvenciju u  $Hz$ ). Taj se odnos temelji na propadanju turbulentnih vrtloga pri sve većim frekvencijama kako se energija

turbulencije raspršuje. Za izračun spektra uzdužne komponente turbulencije osim von Karman koristi se i Kaimal-ov spektar.

$$\frac{n \cdot S_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{4 \left( \frac{n l_{1u}}{U} \right)}{\left[ 1 + 6 \frac{n l_{1u}}{U} \right]^{5/3}} \quad (37)$$



Slika 8-1 Usporedba spektara na glatkom terenu pri 10 m/s [12]

Kaimal-ov spektar može dati bolju prilagodbu empirijskim promatranjima atmosferske turbulencije. Ono po čemu se razlikuje Kaimal spektar od von Karman-ovog je to šta Kaimal-ov spektar ima niže i šire tjeme([slika 8-1](#)).

#### 8.4.2 Von Karman-ov spektar

Funkcija gustoće vjerojatnosti govori o veličini brzine vjetra, ali i ne koliko sporo ili brzo varira s vremenom. Da bi opisali distribuciju turbulencije s frekvencijom, koristi se funkcija spektralne gustoće ili skraćeno spektra. Definiira se tako da se varijanca  $\sigma^2$ , u rasponu frekvencija od  $n$  do  $n+dn$ , definira preko  $S_u(n) \cdot dn$ , gdje je  $S_u(n)$  spektralna funkcija gustoće za  $u(t)$ . Integrirajući sve frekvencije dobije se

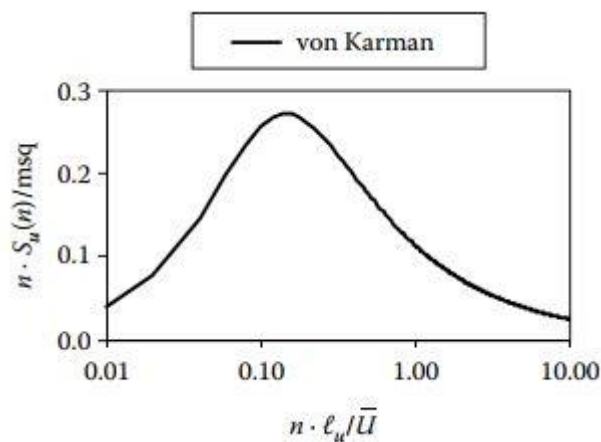
$$\sigma_u^2 = \int_0^{\infty} S_u(n) dn \quad (38)$$

U vjetrovnom inženjerstvu ima dosta matematičkih formulacija gdje je objašnjeno kako je dobiven  $S_u(n)$ . Najučestaliji i matematička najpravičnija formulacija za dobit komponentu longitudinalne brzine (koja je paralelna s smjerom srednje brzine vjetra) je von Karman. Von Karman jednadžba se može napisati na više načina. Jednadžba (37) se najviše koristi (bez dimenzijski oblik)

$$\frac{n \cdot S_u(n)}{\sigma_u^2} = \frac{4 \left( \frac{n l_{2u}}{\bar{U}} \right)}{\left[ 1 + 70.7 \left( \frac{n l_{2u}}{\bar{U}} \right)^2 \right]^{5/6}} \quad (39)$$

gdje je  $l_u$  duljina turbulencije.

U ovoj formulaciji, krivulja  $n \cdot S_u(n) / \sigma_u^2$  naspram  $n / \bar{U}$  ima šiljak. Vrijednost  $l_u$  određuje vrijednost  $n / \bar{U}$  na kojem se pojavljuje šiljak – veća vrijednost  $l_u$ , veća je vrijednost  $n / \bar{U}$  pri šiljku. Duljina  $l_u$  ovisi o hrapavosti terena i visini iznad terena. Na (slici 8-2) je prikazan von Karman-ov spektar.



Slika 8-2 Normalizirani spektar za longitudinalnu komponentu [9]

## 8.5 Veza autokorelacije i spektra

Autokorelacija otkriva ovisnost između vrijednosti signala vremenski odvojenih, korelacija otkriva ovisnost ili povezanost dvaju različitih signala.

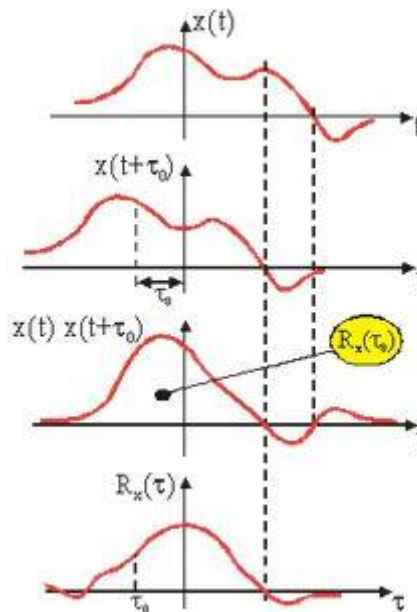
Funkcija autokorelacije za kontinuirani signal  $x(t)$  se definira izrazom

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau)dt \quad (40)$$

Za diskretni signal  $x_n$  vrijedi slično

$$R_x(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x(n+k) \quad (41)$$

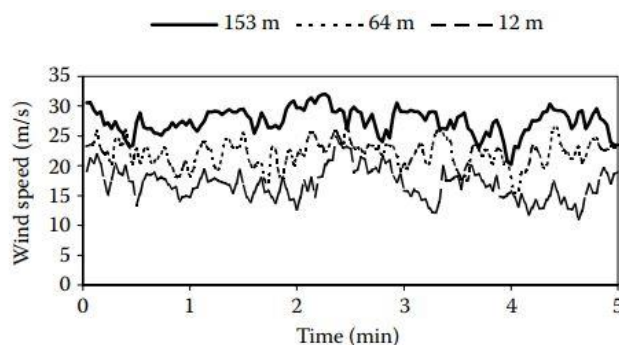
Autokorelacijska funkcija  $R_x(\tau)$  otkriva ovisnost koja postoji u signalu  $x(t)$  između vremenski razmaknutih za  $\tau$ . (Slika 8-3) ilustrira postupak računanja vrijednosti autokorelacije  $R_x(\tau_0)$ . Funkcija  $x(t)$  množi kašnjenju funkciju  $x(t+\tau_0)$  pa u skladu s izrazom 39 površina ispod  $x(t) \cdot x(t+\tau_0)$  predstavlja  $R_x(\tau_0)$ .



Slika 8-3 Ilustracija proračuna autokorelacije za kontinuirane signale [11]

## 9 Korelacija

Kovarijanca i korelacija su dva važna svojstva turbulencije kod određivanja opterećenja vjetrom. Ovdje se razmatra fluktuirajuća brzina vjetra kroz dvije točke u prostoru ili opterećenje vjetrom na dvije točke neke plohe(kao što je krov).



Slika 9-1 Brzina vjetra na tri različite visine [9]

Za primjer će se uzeti toranj na kojem se promatra brzina vjetra na dvjema različitim visinama ([slika 9-1](#)). Kovarijanca između fluktuirajućih uzdužnih brzina na dvije visine  $z_1$  i  $z_2$  je definirana jednažbom

$$\overline{u'(z_1)u'(z_2)} = \frac{1}{T} \int_0^T [U(z_1) - \bar{U}(z_1)] [U(z_2, t) - \bar{U}(z_2)] dt \quad (42)$$

Stoga je kovarijanca produkt fluktuirajućih brzina na dvije različite visine tijekom promatranog vremena. Kada je  $z_1$  jednak  $z_2$  onda je desna strana jednažbe jednaka varijanci ( $\sigma^2$ ). Koeficijent korelacije je definiran jednažbom (43)

$$\rho = \frac{\overline{u'(z_1)u'(z_2)}}{\sigma_u(z_1) \cdot \sigma_u(z_2)} \quad (43)$$

Kada je  $z_1$  jednak  $z_2$  vrijednost  $\rho$  je +1 (tj. imamo korelaciju). Iz priloženog se vidi da vrijednost  $\rho$  leži između -1 i +1. Ukoliko dobijemo da je  $\rho = 0$  onda nema korelacije (tj. nema statističke povezanosti kod promatranih brzine vjetra) a to se najčešće pojavljuje kad je visinski razmak točaka  $z_1$  i  $z_2$  velik.

### 9.1 Ko spektar i koherencija

Kad se promatra spektralni odgovor konstrukcije na vjetar, korelacija fluktuirajućih brzina vjetra na određenim točkama pri različitim frekvencijama je od važnosti. Na

primjer, korelacija vertikalnih fluktuirajućih brzina razdvojenih po rasponima pri prirodnoj frekvenciji vibracija mosta velikog raspona su važne za određivanje njegovog odgovora pri udarima vjetra.

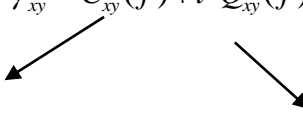
Korelacija koja je ovisna o frekvenciji može se opisati funkcijama još poznatim kao kros spektralna gustoća, ko spektralna gustoća i koherencija. Kros spektralna gustoća još znana kao i funkcija frekvencije je kompleksna varijabla koji sadržava realne i imaginarne komponente. Ko spektralna gustoća je realna i može se smatrati kao kovarijanca ovisna o frekvenciji. Koherencija je normalizirana veličina kros spektra, približno jednaka koeficijentu korelacije ovisne o frekvenciji. Da bi se uspješno modelirali učinci spektralni opis turbulencije treba biti proširen na način da uzme u obzir kros korelaciju između fluktuirajućih turbulencija na točkama razdvojeni bočno i vertikalno. Korelacije su manje za visoku frekvenciju nego za nisku frekvenciju, stoga se mogu opisat s funkcijom koherence koja opisuje korelaciju kao funkciju frekvencije i odvajanja. Koherenca  $C(\Delta r, n)$  je definirana s

$$C(\Delta r, n) = \frac{|S_{12}(n)|}{\sqrt{S_{11}(n)S_{22}(n)}} \quad (44)$$

Gdje je  $n$  frekvencija,  $S_{12}(n)$  kros spektar na dvije točke odvojenih s  $\Delta r$ ,  $S_{11}(n)$  i  $S_{22}(n)$  su varijacija spektara u svakoj od točki.

Normalizirani ko spektar je vrlo sličan koherenci samo što ne uključuje imaginarne komponente

$$\gamma_{xy} = C_{xy}(f) + i \cdot Q_{xy}(f) \quad (45)$$



ko koherencija (realan)

kvadratura(imaginarna)

Ko koherenca je od iznimne važnosti kod vjetrovnog inženjerstva jer omogućuje modeliranje dinamičkog opterećenja vjetra uzimajući u obzir faze korelacije fluktuirajuće brzine vjetra.

Normalizirani ko spektar i koherentnost često su predstavljeni eksponencijalnom funkcijom udaljenosti i frekvencijom

$$\rho(\Delta z, n) = \exp \left[ - \left( \frac{k \cdot n \cdot \Delta z}{U} \right) \right] \quad (46)$$

gdje je  $k$  empirijska konstanta čija se vrijednost kreće od 10-20.  $\Delta z$  je vertikalna udaljenost. Slična se funkcija i koristi kad se želi prikazati spektar u bočnom smjeru samo što se onda koristi  $\Delta y$ .



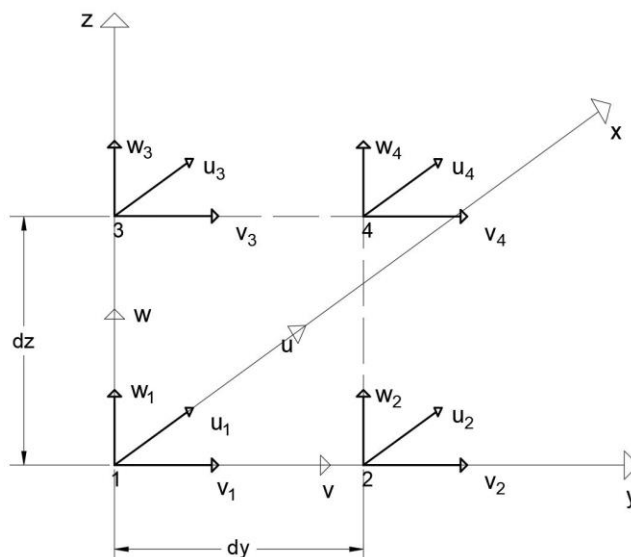
## 10 Algoritam koda

Računalni kod windSim [13] generira prostorno koreliran zapis vjetra na temelju datoteke. Prostor je definiran s kartezijevim koordinatnom sustavom (x, y, z). X os je horizontalna os orijentirana u smjeru djelovanja vjetra, y os je horizontalna os orijentirana okomito na djelovanje vjetra dok je z os vertikalna os.

Varijance su generirane iz spektra i njihova srednja vrijednost je 0 ali ukupno djelovanje je srednja brzina vjetra  $\bar{U} = U_{10} \cdot (z/10)^\alpha + \text{varijanica}$

### 10.1 Geometrijske relacije točaka

X, Y i Z su prostorne komponente a  $u, v$  i  $w$  su brzine.  $DecY_u$  govori koliki je utjecaj smanjenja spektra u smjeru fluktuacije  $u$  po udaljenosti u y smjeru.



Slika 10-1 Geometrijske relacije točaka u kojem se definiraju brzine vjetra

Omjer između spektra brzine  $u_1$  i  $u_2$  se opisuje pomoću  $DecY_u$ , omjer između  $v_1$  i  $v_2$  se opisuje pomoću  $DecY_v$  te konačno omjer između  $w_1$  i  $w_2$  se opisuje pomoću  $DecY_w$  gdje  $Dec$  predstavlja decay (raspadanje) za određenu prostornu komponentu gledano u smjeru vjetra  $u, v$  ili  $w$ .

$$\mathcal{F}(u_1)/\mathcal{F}(u_2) \sim DecY_u$$

$$\mathcal{F}(u_1)/\mathcal{F}(u_3) \sim DecZ_u$$

$$\mathcal{F}(v_1)/\mathcal{F}(v_2) \sim DecY_v$$

$$\mathcal{F}(v_1)/\mathcal{F}(v_3) \sim DecZ_v$$

$$\mathcal{F}(w_1)/\mathcal{F}(w_2) \sim DecY_w$$

$$\mathcal{F}(w_1)/\mathcal{F}(w_3) \sim DecZ_w$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}(u_1)/\mathcal{F}(u_4) &\sim \sqrt{\frac{DecY\_u^2 + DecZ\_u^2}{U^2}} \\
 \mathcal{F}(v_1)/\mathcal{F}(v_4) &\sim \sqrt{\frac{DecY\_v^2 + DecZ\_v^2}{U^2}} \\
 \mathcal{F}(w_1)/\mathcal{F}(w_4) &\sim \sqrt{\frac{DecY\_w^2 + DecZ\_w^2}{U^2}}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \mathcal{F}(u_1)/\mathcal{F}(u_4) \\ \mathcal{F}(v_1)/\mathcal{F}(v_4) \\ \mathcal{F}(w_1)/\mathcal{F}(w_4) \end{aligned}} \right\} \text{Odnos između } (u,v,w)_1 \text{ i } (u,v,w)_4 \text{ predstavlja koherencu.}$$

## 10.2 Definicija vremena

```

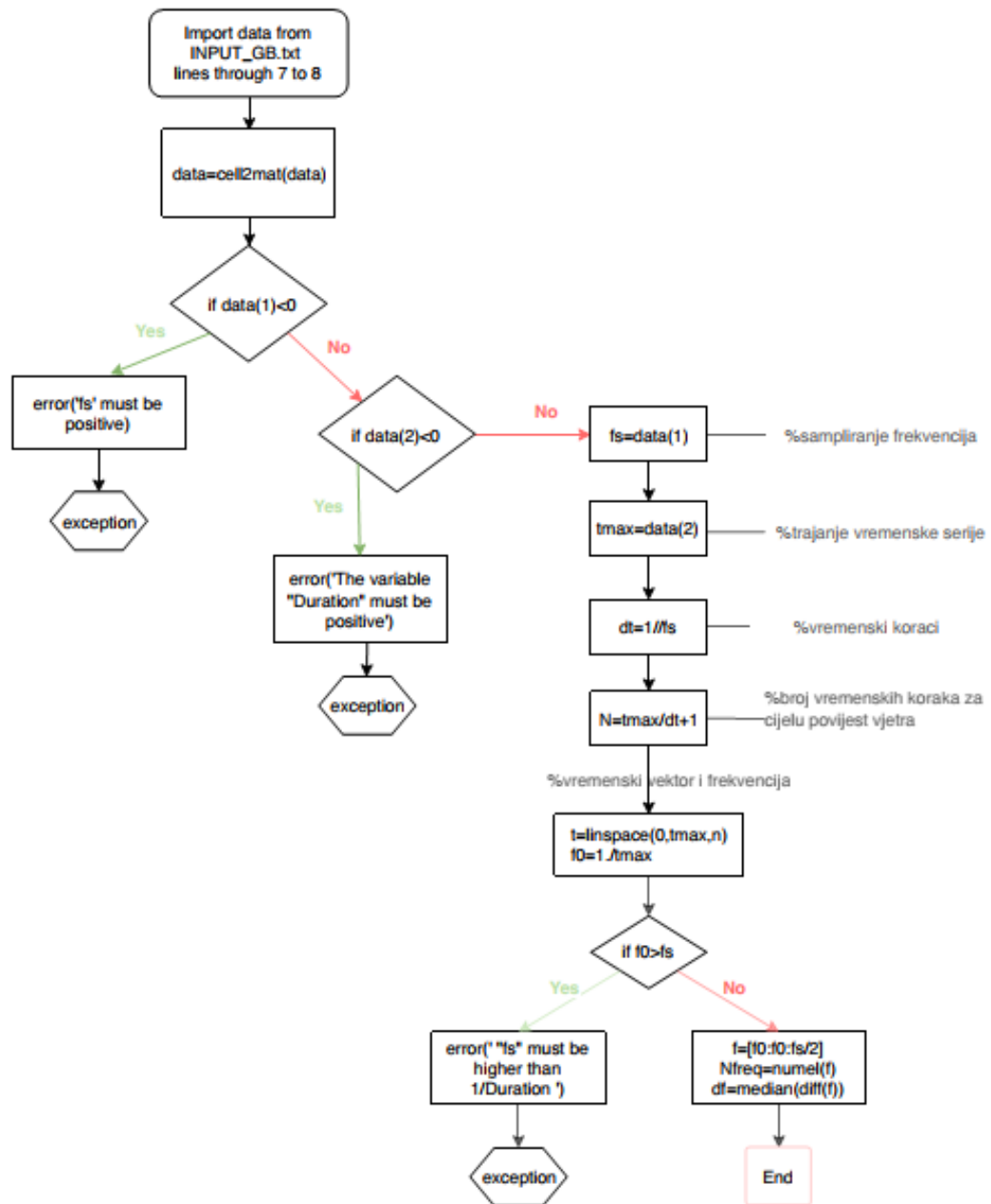
%% TIME DEFINITION
% import data from input file
[data] = importfile(windData, 7, 8, ['%s%f%*[\n]', '\t']);
data=cell2mat(data);
if data(1)<0, error('"fs" must be positiv'); end
if data(2)<0, error('The variable "Duration" must be positiv'); end

fs=data(1); % sampling frequency
tmax=data(2); % duration of time series
dt=1./fs; % time step
N=tmax/dt+1; % number of time step for a whole wind histories
% build vector time and frequency
t = linspace(0,tmax,N);
f0 = 1./tmax;
if f0>fs,error('"fs" must be higher than 1/Duration');end
f = [f0:f0:fs/2];
Nfreq = numel(f);
df = median(diff(f));

```

Slika 10-2 MATLAB kod za definiciju vremena

## Definicija vremena



Slika 10-3 Dijagram toka definicije vremena

### 10.3 Podaci o vjetru

```
%% WIND DATA
[data] = importfile(windData, 12, 22,['%s%f%*[^\\n]'],'\\t');
data=cell2mat(data);
if any(data(1:6)<0), error('The decay coefficients must be positiv'); end
if any(data(7)<=0), error('The roughness length must be positiv'); end
if any(data(8)<0), error('The friciton velocity must be positiv'); end

Cuy=data(1);
Cuz=data(2);
Cvy=data(3);
Cvz=data(4);
Cwy=data(5);
Cwz=data(6);
z0=data(7);
u_star = data(8);
betaU=data(9);
betaV=data(10);
betaW=data(11);

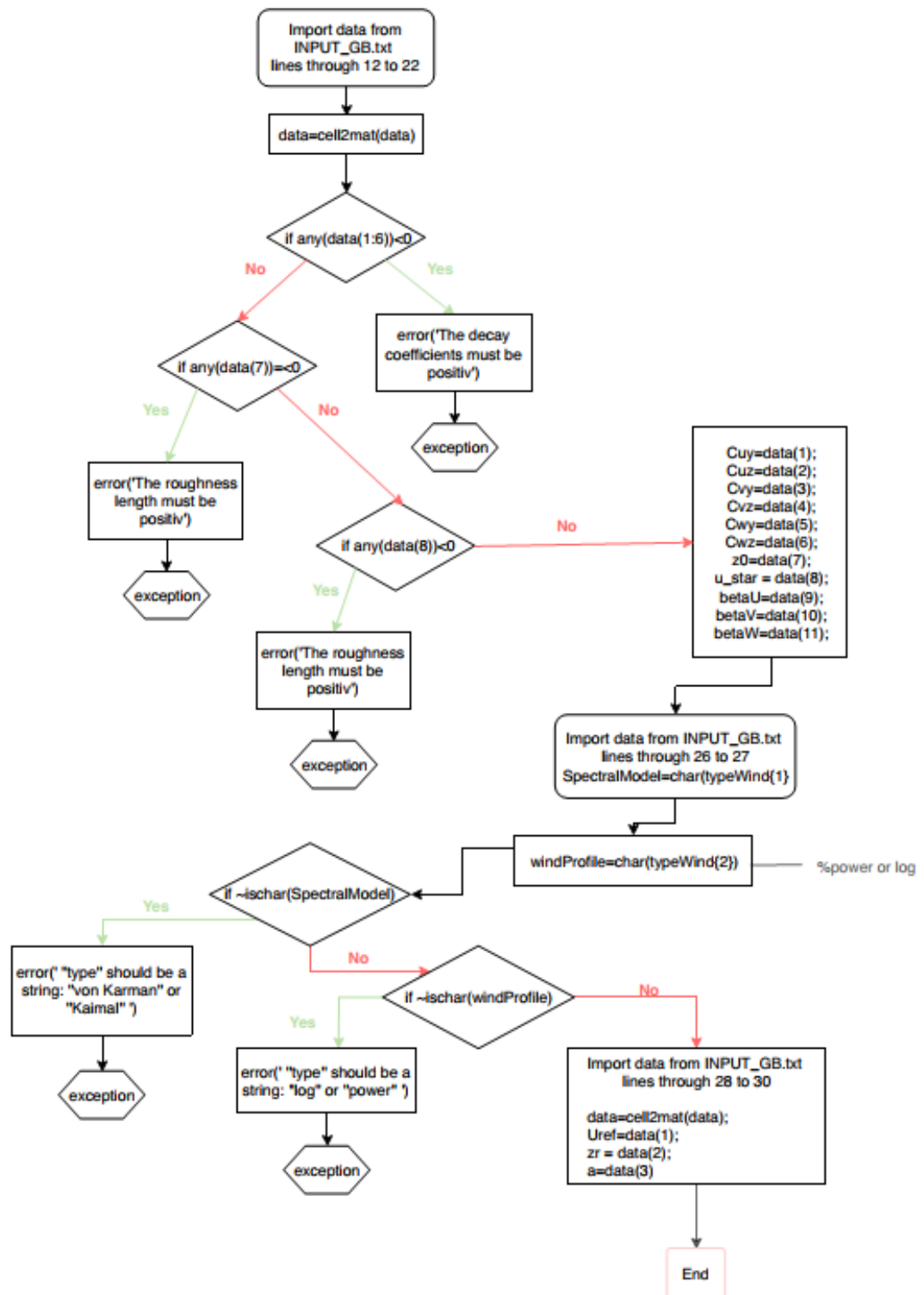
[typeWind] = importfile(windData, 26, 27,['%s%s%*[^\\n]'],'\\t ');
SpectralModel=char(typeWind{1});
windProfile=char(typeWind{2}); % power or log

if ~ischar(SpectralModel), error(' ''type'' should be a string: ''von Karman'' or ''Kaimal'' '); end
if ~ischar(windProfile), error(' ''type'' should be a string: ''log'' or ''power'' '); end

[data] = importfile(windData,28,30,['%s%f%*[^\\n]'],'\\t');
data=cell2mat(data);
Uref=data(1);
zr = data(2);
a=data(3);
```

Slika 10-4 MATLAB kod za podatke o vjetru

## Wind data



Slika 10-5 Dijagram toka za podatke o vjetru

## 10.4 Import datoteke o geometriji

```
%% IMPORT GEOMETRY FILE
clear data
[data] = importfile(geometry,1,[],['%f%f%*[\n]'], '\t');
data=cell2mat(data);
if any(data(1:2)<0), error('Nyy and Nzz must be positiv'); end
nNodes = numel(data(:,1));
Zmin= min(data(:,2));
Zmax= max(data(:,2));
Ymin= min(data(:,1));
Ymax= max(data(:,1));
y = data(:,1);
z = data(:,2);
% Check compatibility between grid and node number
if and(Ymin==Ymax,nNodes>1),
    error('Ymin = Ymax but Nyy > 1, please correct your geometry')
end
if and(Zmin==Zmax,nNodes>1),
    error('Zmin = Zmax but Nzz > 1, please correct your geometry')
end

% Create the grid
clear nodes
nodes.Y = y;
nodes.Z = z;

% Wind profile
if strcmp(windProfile,'power'),
    meanU= Uref.*(nodes.Z./zr).^(a);
elseif strcmp(windProfile,'log'),
    kappa=0.4; % Von karman constant
    meanU = u_star./kappa.*log(z./z0);
else
    error('wind profile selected is unknown\n')
end
nodes.U = meanU(:);

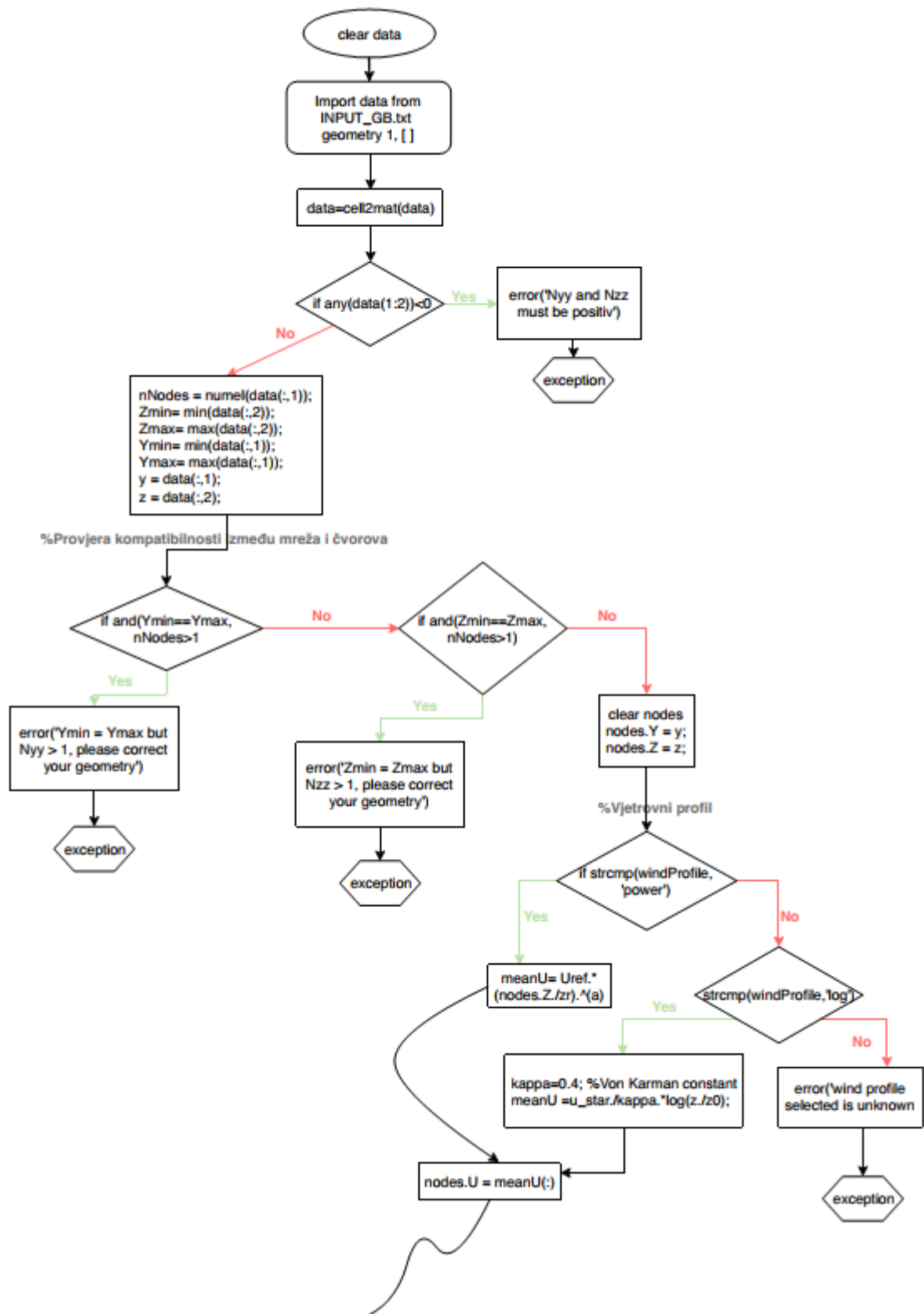
% Iu = 1./log(z./z0);
stdU = betaU.*u_star;
stdV = betaV./betaU*stdU;
stdW = betaW./betaU*stdU;

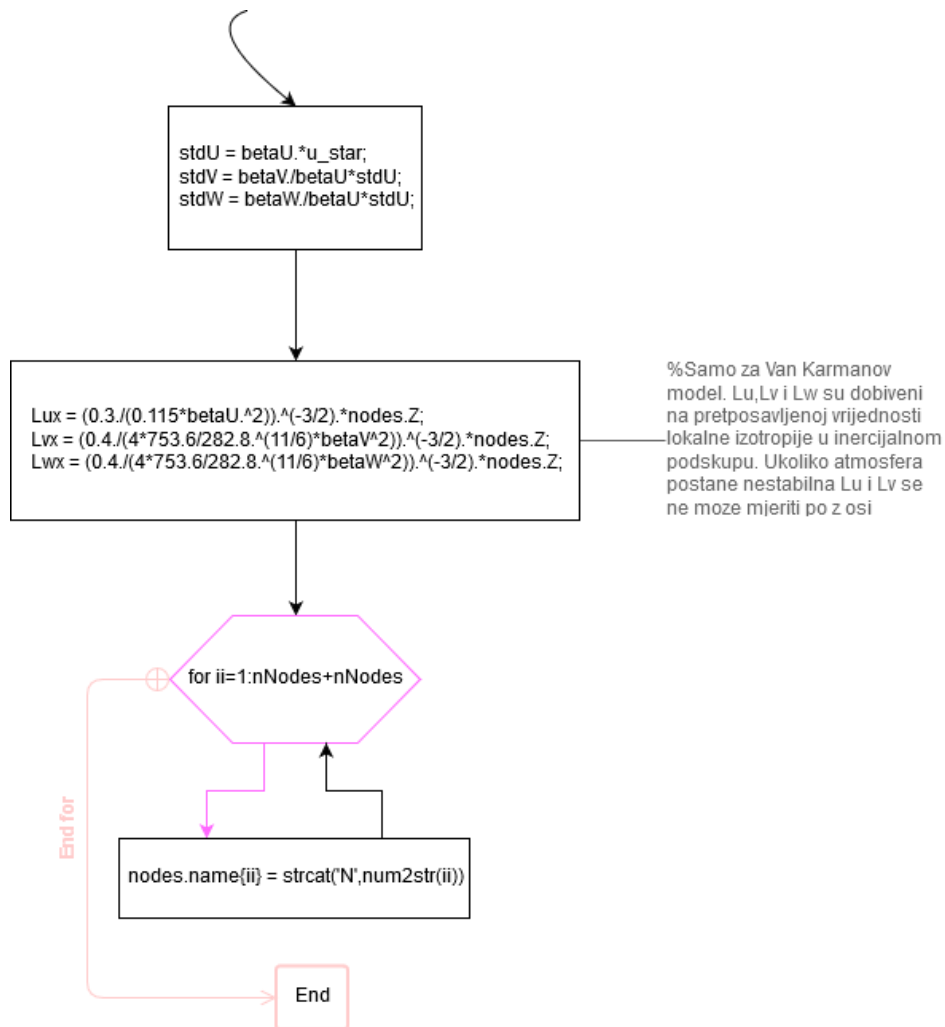
% Only for the von Karman model:
% Assumptions valid in the surface layer ( 0.1*boundary layer height)
% Lu, Lv and Lw are calculated assuming the assumption of local isotropy in
% the inertial subrange. Note that if the atmosphere become slightly unstable, Lu and Lv cannot be
% scaled with z alone.
Lux = (0.3./(0.115*betaU.^2)).^(-3/2).*nodes.Z;
Lvz = (0.4./(4*753.6/282.8.^(11/6)*betaV^2)).^(-3/2).*nodes.Z;
Lwz = (0.4./(4*753.6/282.8.^(11/6)*betaW^2)).^(-3/2).*nodes.Z;

for ii=1:nNodes+nNodes,
    nodes.name{ii} = strcat('N',num2str(ii));
end
```

Slika 10-6 MATLAB kod za definiranje geometrije

## Import datoteku o geometriji





Slika 10-7 Dijagram toka za definiranje geometrije

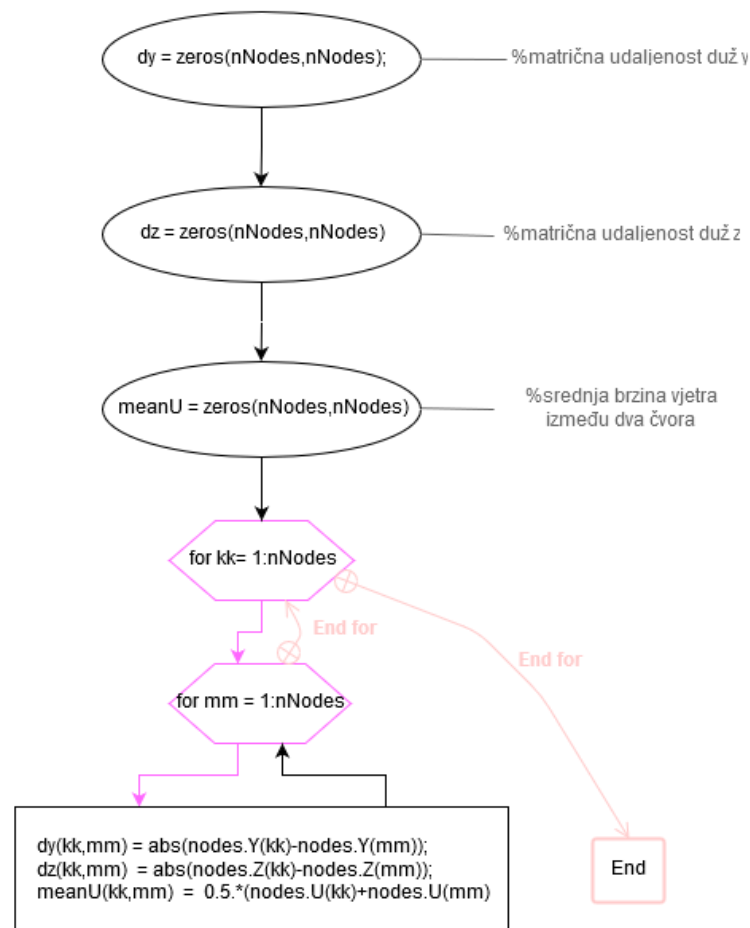


## 10.5 Ulazni podaci za koherencu

```
%% Input data for wind coherence
dy = zeros(nNodes,nNodes); % matrix distance along y
dz = zeros(nNodes,nNodes); % matrix distance along z
meanU = zeros(nNodes,nNodes); % mean wind speed between two nodes
for kk= 1:nNodes
    for mm = 1:nNodes
        dy(kk,mm) = abs(nodes.Y(kk)-nodes.Y(mm));
        dz(kk,mm) = abs(nodes.Z(kk)-nodes.Z(mm));
        meanU(kk,mm) = 0.5.*(nodes.U(kk)+nodes.U(mm));
    end
end
```

Slika 10-8 MATLAB kod za ulazne podatke o koherenci

### Ulazni podaci za koherencu



Slika 10-9 Dijagram toka za ulazne podatake o koherenci

## 10.6 Generiranje zapisa vjetra

```

%% GENERATION OF WIND HISTORIES
%preallocation
clear ii jj A G dummy*
dummySpeed = zeros(3*nNodes,N);
tic
for jj = 1:Nfreq,
    %co-coherence
    DecY_u = dy.*Cuy;
    DecY_v = dy.*Cvy;
    DecY_w = dy.*Cwy;

    DecZ_u = dz.*Cuz;
    DecZ_v = dz.*Cvz;
    DecZ_w = dz.*Cwz;

    coh_u = exp(-sqrt(DecY_u.^2+DecZ_u.^2)./meanU.*f(jj));
    coh_v = exp(-sqrt(DecY_v.^2+DecZ_v.^2)./meanU.*f(jj));
    coh_w = exp(-sqrt(DecY_w.^2+DecZ_w.^2)./meanU.*f(jj));

    % turbulence spectrum
    if strcmpi(SpectralModel, 'VonKarman')
        Su= VonKarmanSpectrum(f(jj),nodes.U,stdU,Lux,'u');
        Sv= VonKarmanSpectrum(f(jj),nodes.U,stdV,Lvx,'v');
        Sw= VonKarmanSpectrum(f(jj),nodes.U,stdW,Lwx,'w');
    elseif strcmpi(SpectralModel, 'Kaimal')
        Su= KaimalSpectrum(f(jj),nodes.U,u_star,nodes.Z,'u');
        Sv= KaimalSpectrum(f(jj),nodes.U,u_star,nodes.Z,'v');
        Sw= KaimalSpectrum(f(jj),nodes.U,u_star,nodes.Z,'w');
    else
        error(' spectrum type is unknown')
    end
    % spectral matrix with correlation between u and w
    Suu = sqrt(Su*Su').*coh_u;
    Sv = sqrt(Sv*Sv').*coh_v;
    Sw = sqrt(Sw*Sw').*coh_w;
    S = [Suu,zeros(size(Suu)),zeros(size(Suu));...
        zeros(size(Suu)),Sv,zeros(size(Suu));...
        zeros(size(Suu)),zeros(size(Suu)),Sw];
    phi = 2*pi.*rand(3*(nNodes),1);
    phi=repmat(phi,[1,N]);
    wt =f(jj).*repmat(t,[3*(nNodes),1]);

    [L,D]=ldl(S,'lower'); % a LDL decomposition is applied this time
    G = L*sqrt(D);
    theta = atan2(imag(G),real(G))*ones(3*nNodes,N);
    A=cos(2.*pi.*wt-theta+phi);
    dummySpeed = dummySpeed + sqrt(2*df).*real(G*A);
end
toc
% Output of the simulation
u = dummySpeed(1:nNodes,:);
v = dummySpeed(nNodes+1:2*nNodes,:);
w = dummySpeed(2*nNodes+1:3*nNodes,:);

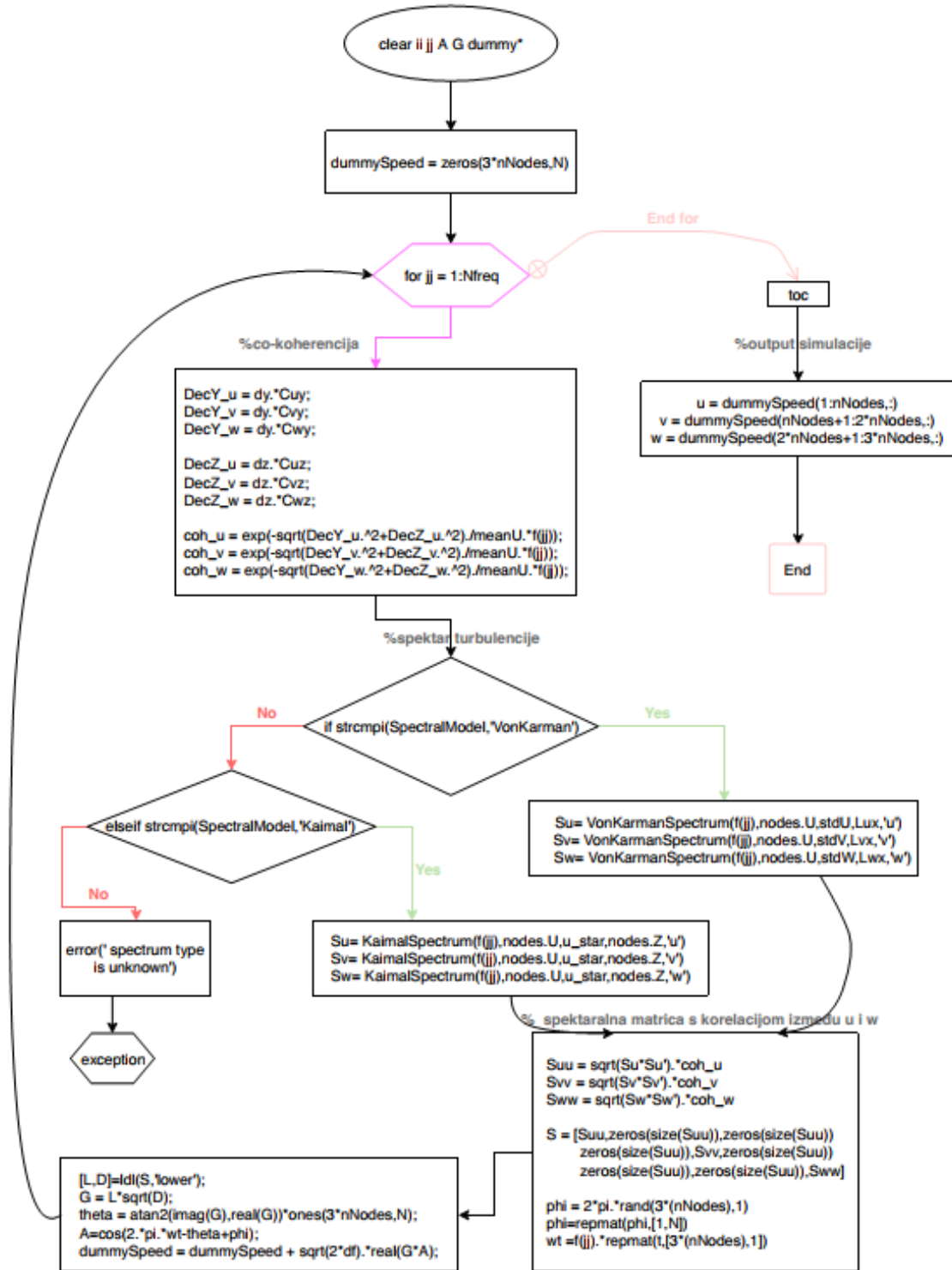
%
% for ii=1:nNodes,
%     u(ii,:)=detrend(u(ii,:))./std(detrend(u(ii,:))).*stdU;
%     v(ii,:)=detrend(v(ii,:))./std(detrend(v(ii,:))).*stdV;
%     w(ii,:)=detrend(w(ii,:))./std(detrend(w(ii,:))).*stdW;
% end

```

Slika 10-10 Dijagram toka za generiranje zapisa vjetra



## Generation of wind histories



Slika 10-11 Dijagram toka za generiranje zapisa vjetra

## 11 Verifikacija djelovanja vjetra

Da bi se odredilo model za opterećenje vjetrom koriste se podaci o vjetru iz koji su dani u [13, 18]. Podaci potrebni za dobivanje modela prikazani su u tablicama (11-1, 11-2, 11-3, 11-4).

fs	100	Uzorkovanje frekvencija (Hz)
Trajanje	60	Trajanje vremenskih serija

Tablica 11-1 Definiranje vremenskog zapis

stdU	4.69	Standardna devijacija fluktuirajućeg vjetra za $u$ -komponentu
stdV	4.13	Standardna devijacija fluktuirajućeg vjetra za $v$ -komponentu
stdW	2.58	Standardna devijacija fluktuirajućeg vjetra za $w$ -komponentu
Lux	130	Duljina turbulentnog vrtloga za $u$ -komponentu
Lvx	100	Duljina turbulentnog vrtloga za $v$ -komponentu
Lwx	25	Duljina turbulentnog vrtloga za $w$ -komponentu
Cuy_1	7.5	Koeficijent raspadanja co-koherencije za $u$ -komponentu
Cuz_1	12	Koeficijent raspadanja co-koherencije za $u$ -komponentu
Cvy_1	7.5	Koeficijent raspadanja co-koherencije za $v$ -komponentu
Cvz_1	12	Koeficijent raspadanja co-koherencije za $v$ -komponentu
Cwy_1	7.5	Koeficijent raspadanja co-koherencije za $w$ -komponentu
Cwz_1	12	Koeficijent raspadanja co-koherencije za $w$ -komponentu

Tablica 11-2 Podaci za turbulentni dio vjetra

Tip	Von Karman	Spektar vjetra: von Karman ili Kaimal
Profil	Power	Srednji profil vjetra: power ili log
$\bar{U}$	30	Srednja brzina na referentnoj visini (samo ako se power koristi)
Zr	10	Referentna visina (samo ako se power koristi)
A	0.083	Koeficijent za power (samo ako se power koristi)
u_star	1	Brzina trenja (m/s) (samo ako se log koristi)
hrapavost	0.01	Hrapavost terena (samo ako se log koristi)

Tablica 11-3 Podaci za srednju brzinu vjetra

Nyy	1	Broj čvorova na y osi
Nzz	36	Broj čvorova na z osi
Zmin	1	Minimalna udaljenost mreže za z os
Zmax	36	Maksimalna udaljenost mreže za z os
Ymin	0	Minimalna udaljenost mreže za y os
Ymax	0	Maksimalna udaljenost mreže za y os

Tablica 11-4 Kreiranje mreže

Ukoliko se ne radi sa stvarnim zapisima vjetra, modeli opterećenja mogu biti sintetizirani koristeći navedene vrijednosti i pretpostavke:

- Polje brzina vjetra sintetizira se koreliranim slučajnim poljem normalne razdiobe s

korelacionom duljinom  $L_u^x = \frac{1}{u^2} \int_0^\infty R_{u_1 u_2}(x) dx$  gdje je  $R_{u_1 u_2}$  kros kovarijanca uzdužne

brzine  $u_1 = u(x_1, y_1, z_1, t_1)$  i  $u_2 = u(x_1 + x, y_1, z_1, t_1)$

- Maksimalna srednja brzina vjetra na visini od 10 m dobiva se očitanjem maksimalne brzine vjetra prema statistici na predmetnoj lokaciji ili na lokaciji istih klimatskih uvjeta

- Po visini srednja vrijednost se mijenja po  $\alpha = \frac{\sum_i \left[ \log \left( \frac{U_i}{U_{10}} \right) \cdot \log \left( \frac{h_i}{h_{10}} \right) \right]}{\sum_i \left[ \log \left( \frac{h_i}{h_{10}} \right) \right]^2}$

uvažavajući koeficijent  $\alpha$  za definirani smjer

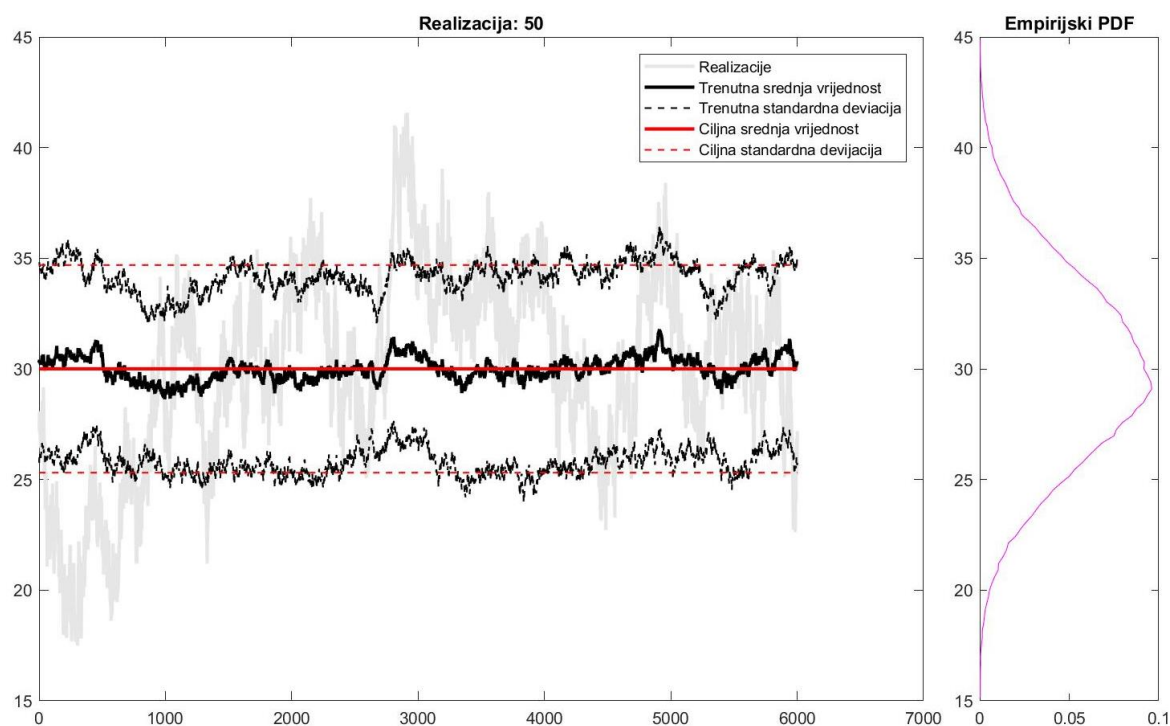
- Fluktuirajuće komponente ravnaju se po normalnoj distribuciji srednje vrijednosti 0, standardne devijacije u ovisnosti o srednjoj brzini

Ovakvi podaci imaju jednako djelovanje na konstrukciju kao i podaci zabilježeni na tereni s tim da moramo uvažavati teoretske postavke. Sintetizirani podaci koriste se u stohastičkim analizama, a mogu se koristiti i kao aproksimacija stvarnog zapisa djelovanja vjetra.

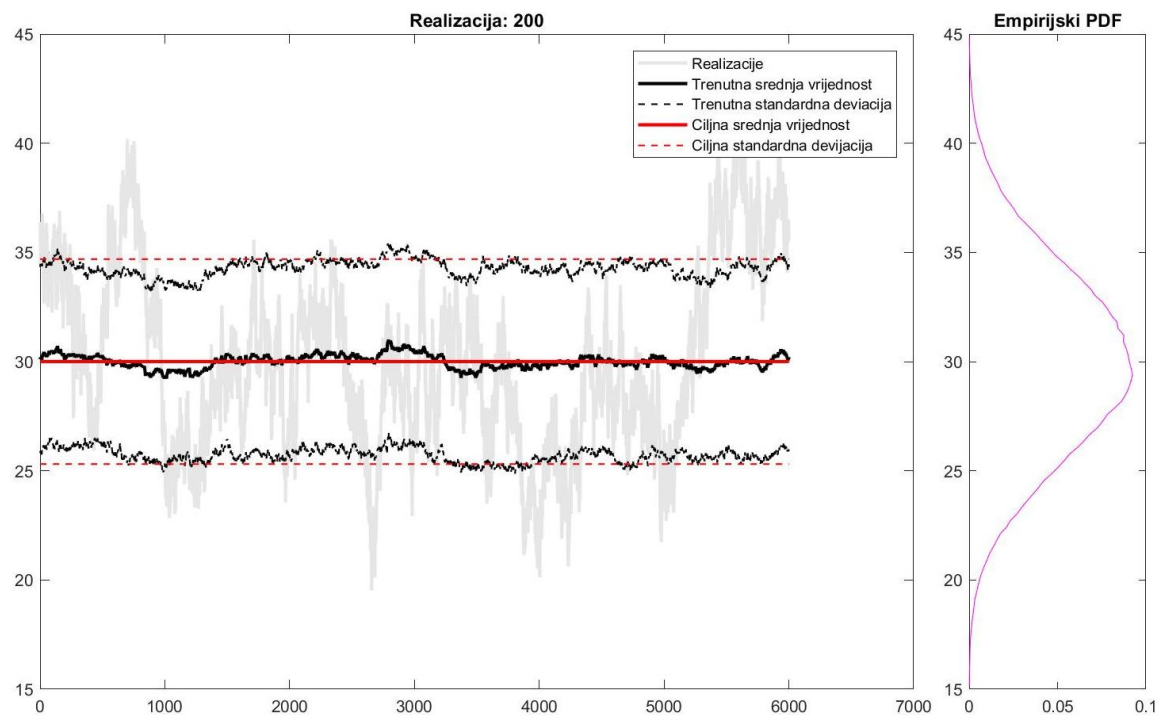
## 11.1 Srednja vrijednost i standardna devijacija fluktuirajućih brzina vjetra

U ovom poglavlju opisane su realizacije srednje vrijednosti i standardne devijacije fluktuirajućih brzina vjetra uzimajući u obzir logaritamski prikaz realizacija. Na slikama 10-1, 10-2, 10-3, 10-4 je vidljiva progresija rezultata kako ide više realizacija, te što je veći broj realizacija stabiliziraju se vrijednosti nad projektnim vrijednostima.

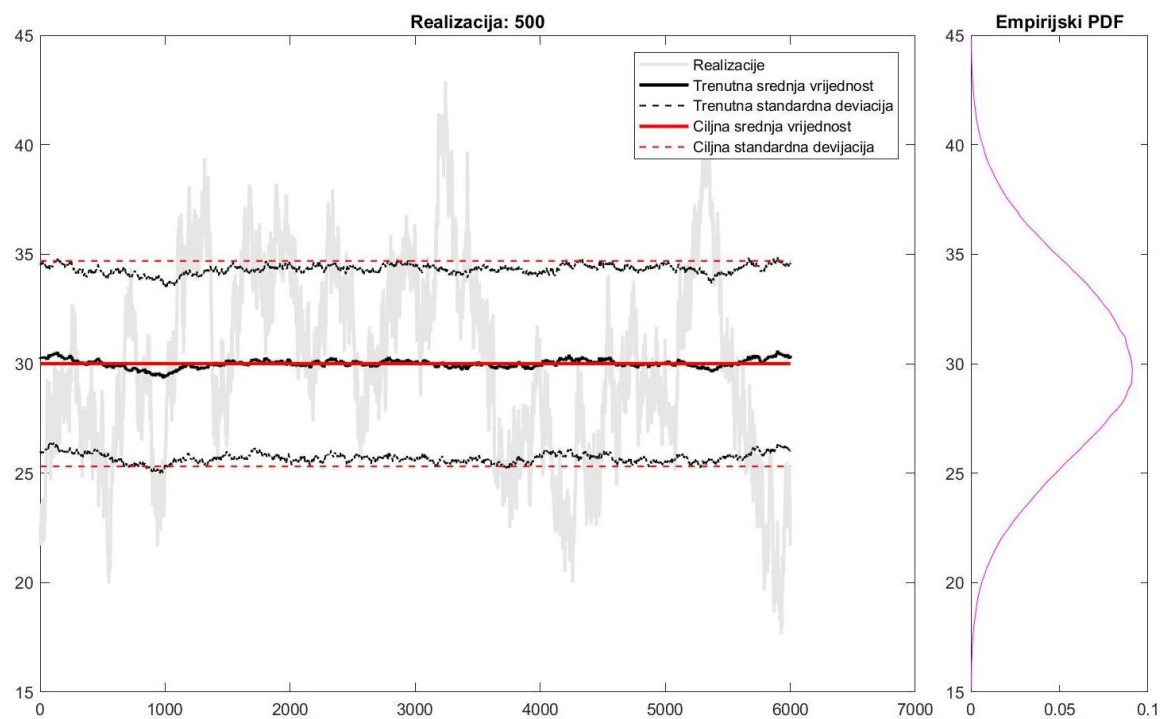
U sredini (na vrijednosti 30 m/s) je prikazana srednja brzina vjetra, a ispod i iznad nje standardna devijacija srednje brzine vjetra. Povećanjem broja realizacija stabiliziraju se statistički parametri srednje vrijednosti i standardne devijacije.



Slika 11-1 Srednja vrijednost brzine vjetra za 50 realizacija

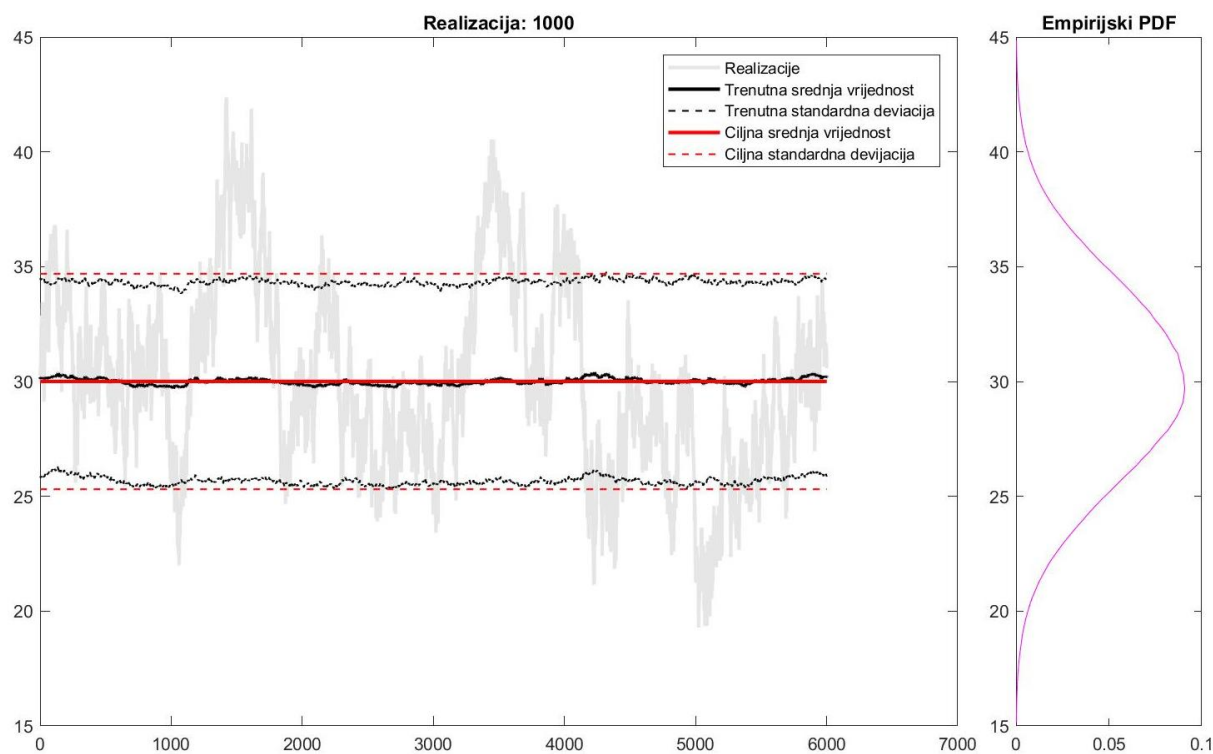


Slika 11-2 Srednja vrijednost brzine vjetra za 200 realizacija



Slika 11-3 Srednja vrijednost brzine vjetra za 500 realizacija

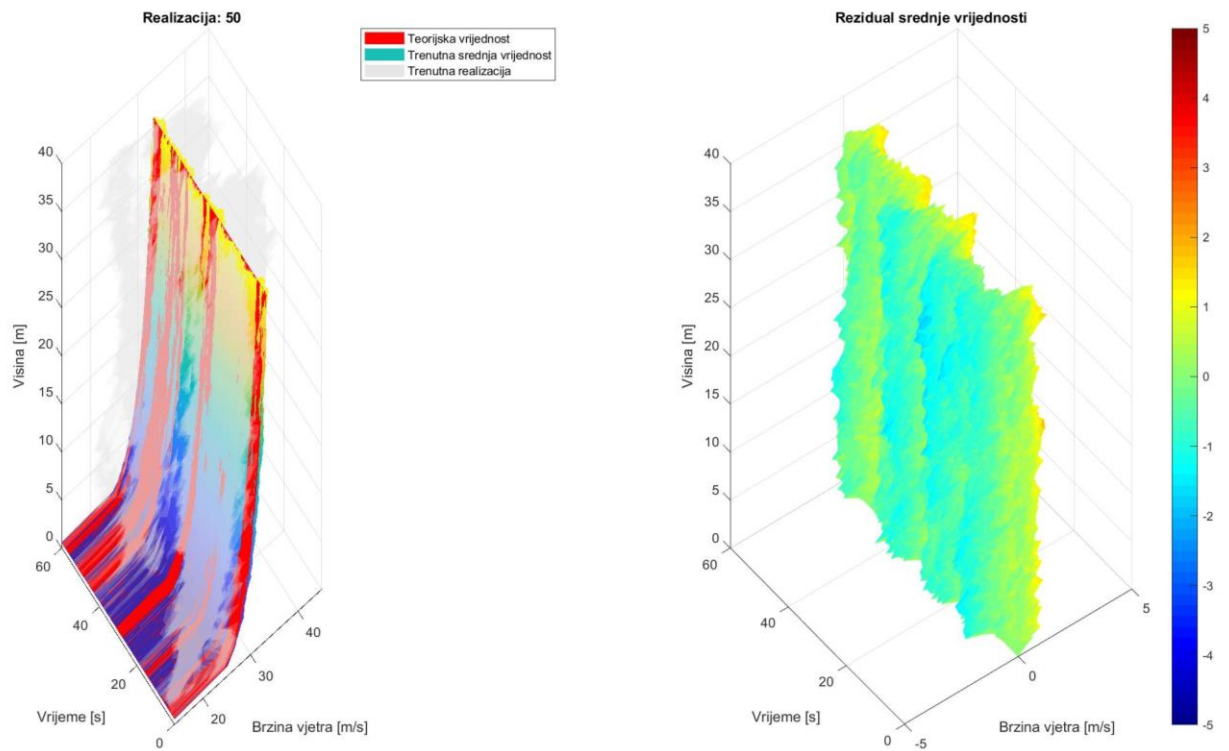




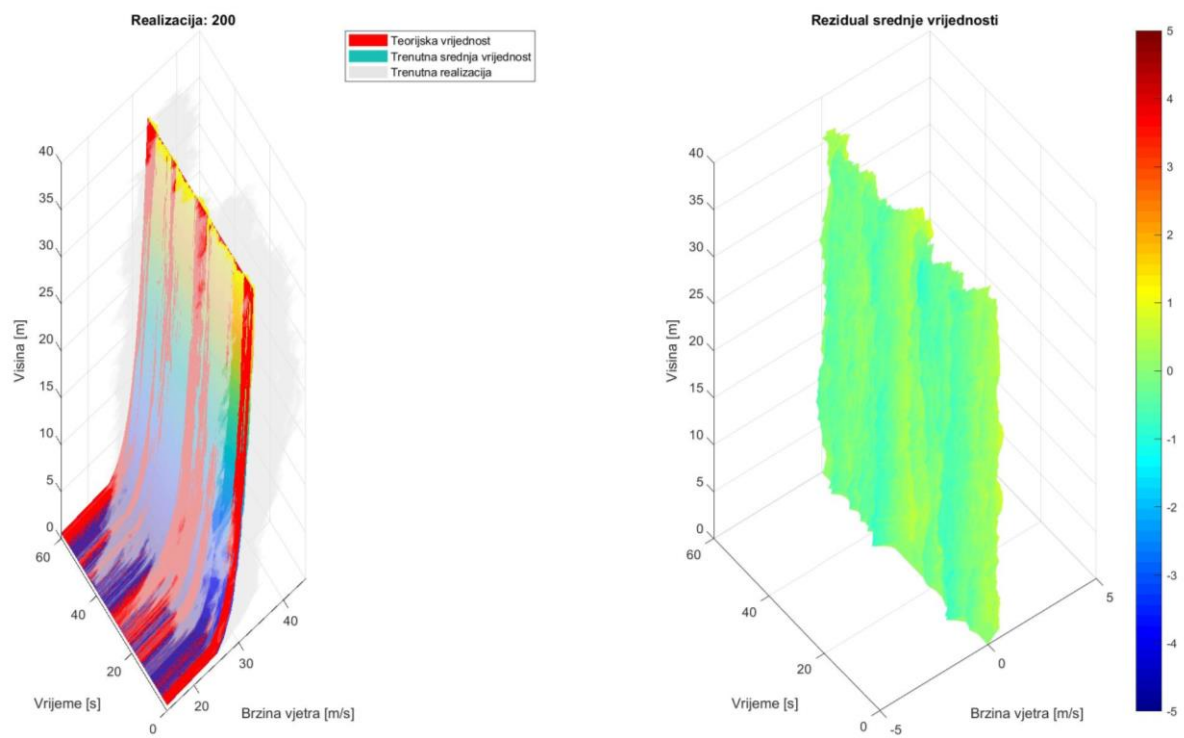
Slika 11-4 Srednja vrijednost brzine vjetra za 1000 realizacija

## 11.2 Vertikalni profil vjetra

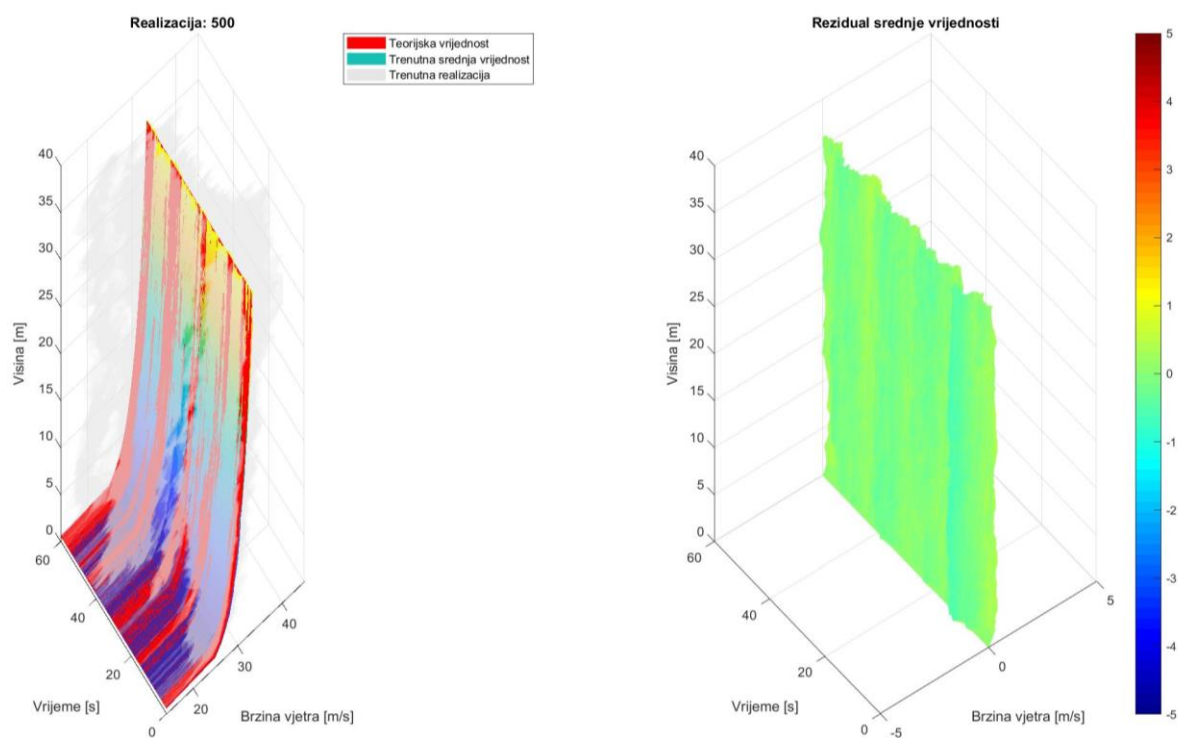
Kod vertikalnih brzina vjetra sivom plohom je predstavljena srednja brzina vjetra. Na slikama 11-5, 11-6 11-7, 11-8 se vidi da se tijekom vremena povećanjem broja realizacija stabilizira vertikalni profil brzina vjetra. Razlika između trenutne realizacije i teoretske vrijednosti je teško odrediti te se iz toga razloga koristi rezidual srednje vrijednosti koji povećanjem broja realizacija konvergira prema nuli.



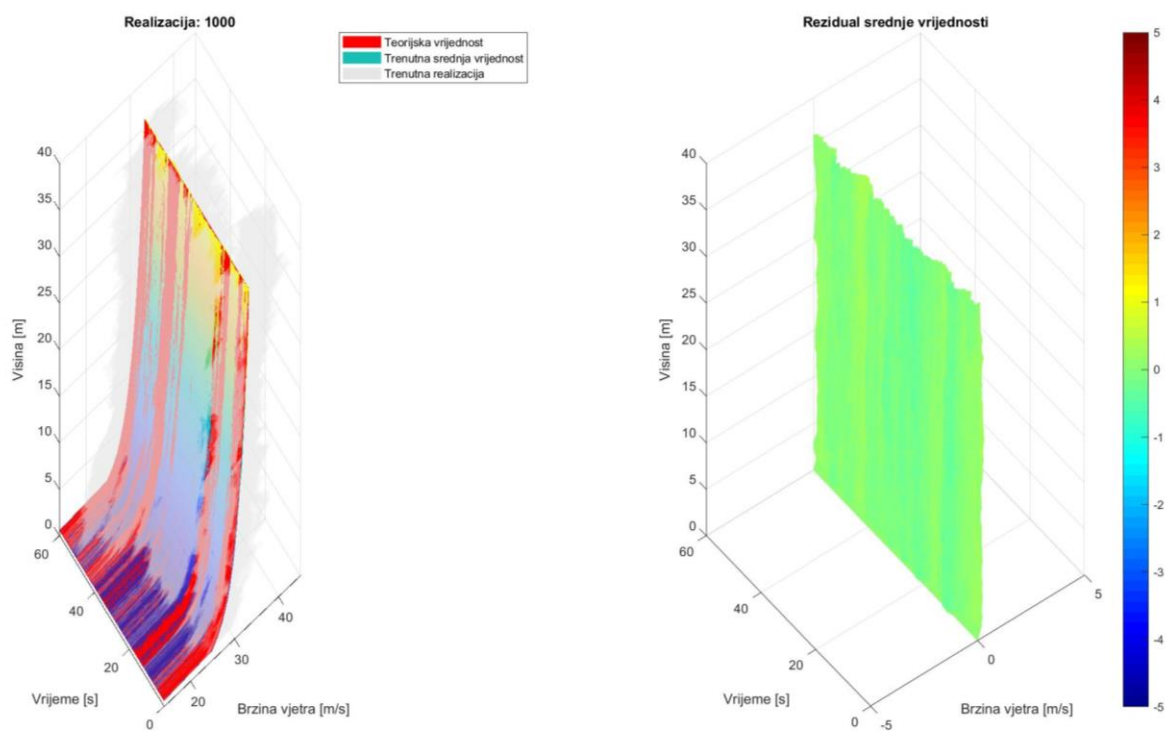
Slika 11-5 Vertikalni profila brzina vjetra za 50 realizacija



Slika 11-6 Vertikalni profila brzina vjetra za 200 realizacija



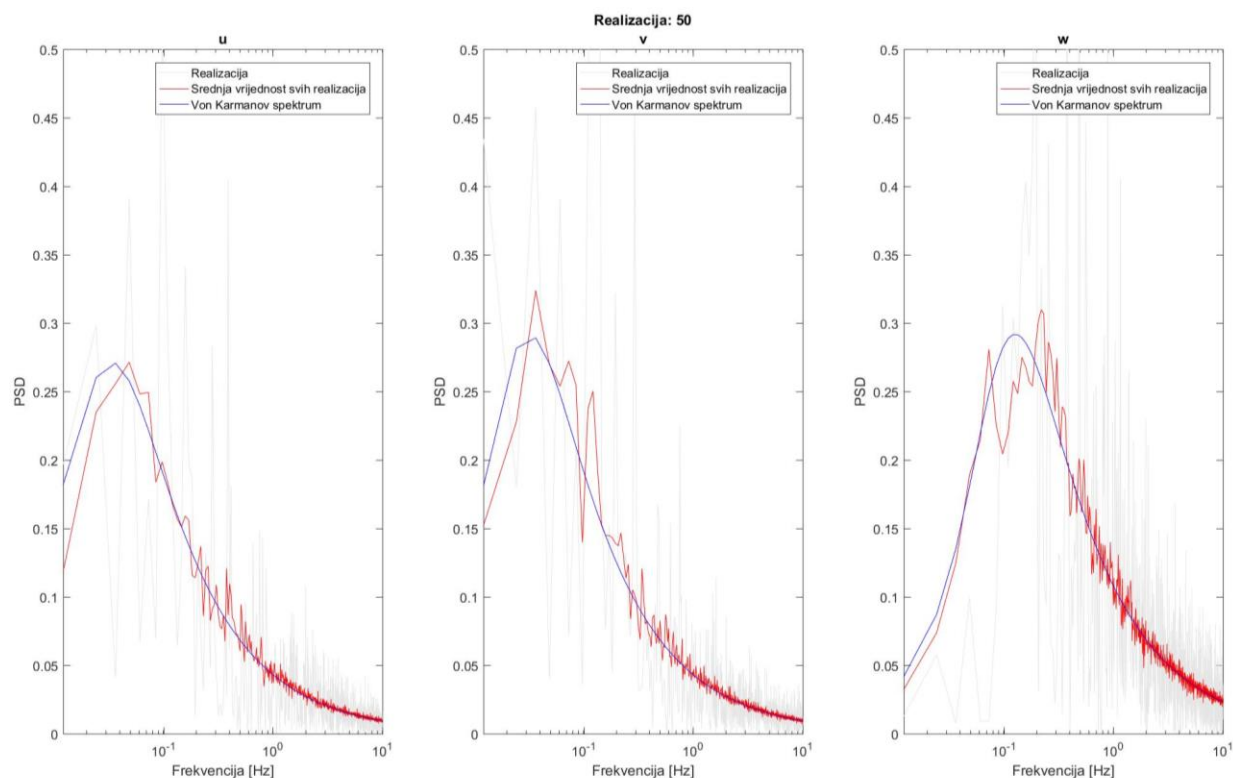
Slika 11-7 Vertikalni profila brzina vjetra za 500 realizacija



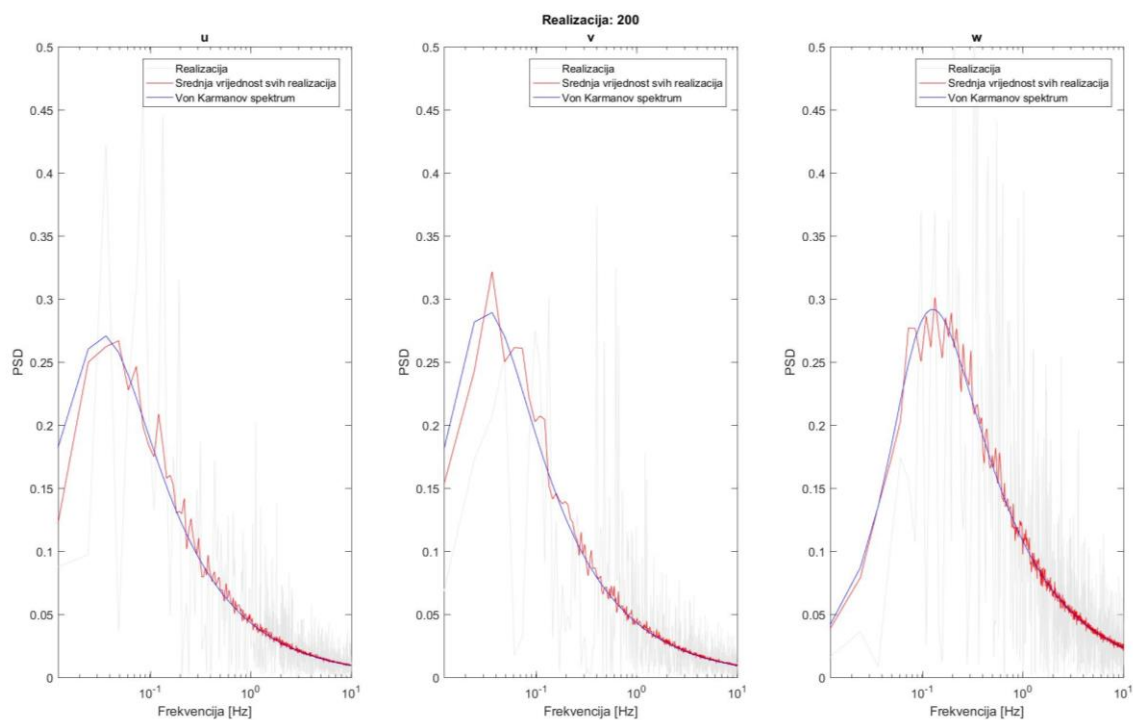
Slika 11-8 Vertikalni profila brzina vjetra za 1000 realizacija

### 11.3 Usporedba s von Karman-ovim spektrom

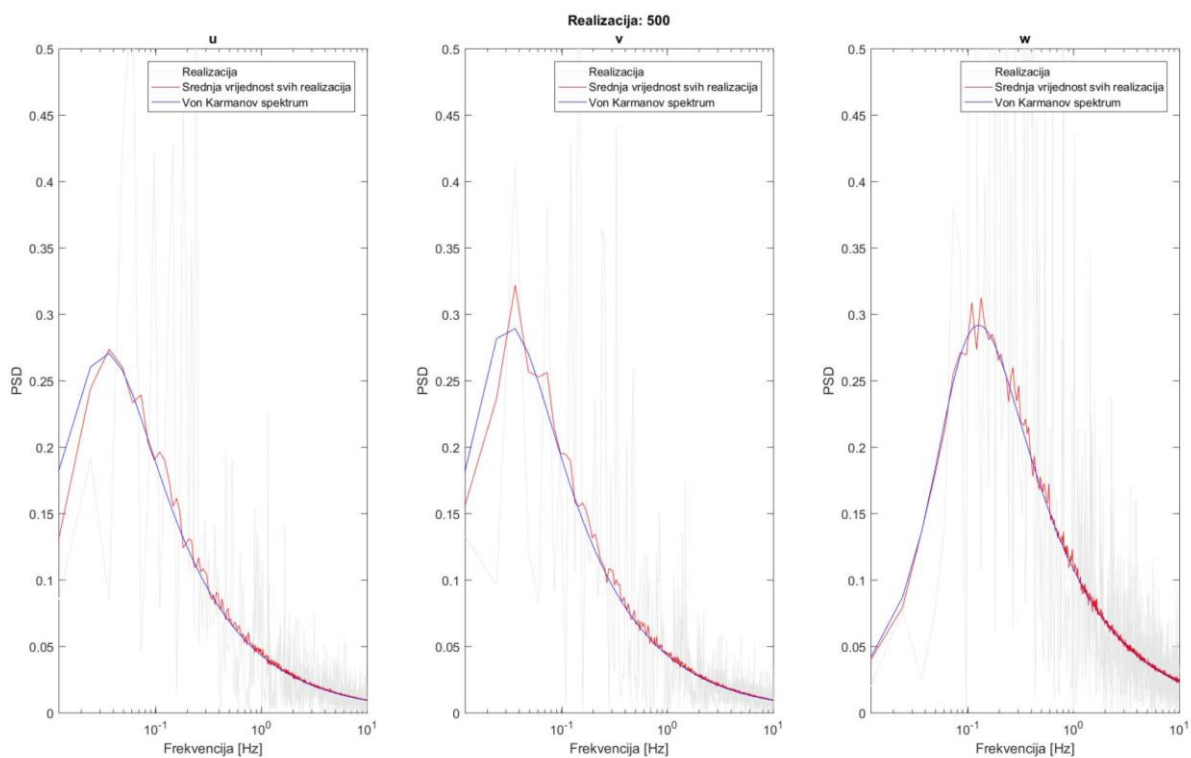
U ovom poglavlju je opisane su realizacije von Karman-ovog spektra. Na slikama 11-9, 11-10, 11-11, 11-12 se vidi da se povećanjem realizacija stabiliziraju vrijednosti za sva tri smjera djelovanja vjetra  $u$ ,  $v$  i  $w$ . Na ordinati je PSD što označava spektralna gustoća snage (*engl. power spectral density*).



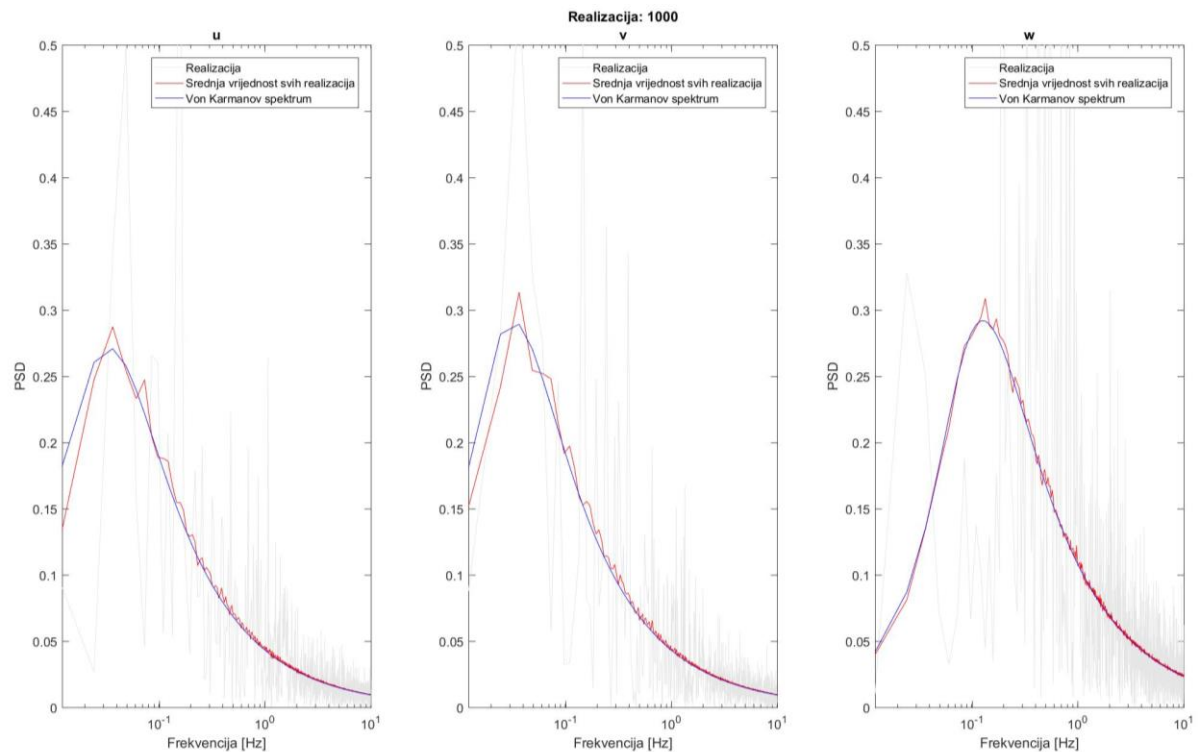
Slika 11-9 von Karmanov spekatar s 50 realizacija



Slika 11-10 von Karmanov spekatar s 200 realizacija



Slika 11-11 von Karmanov spekatar s 500 realizacija



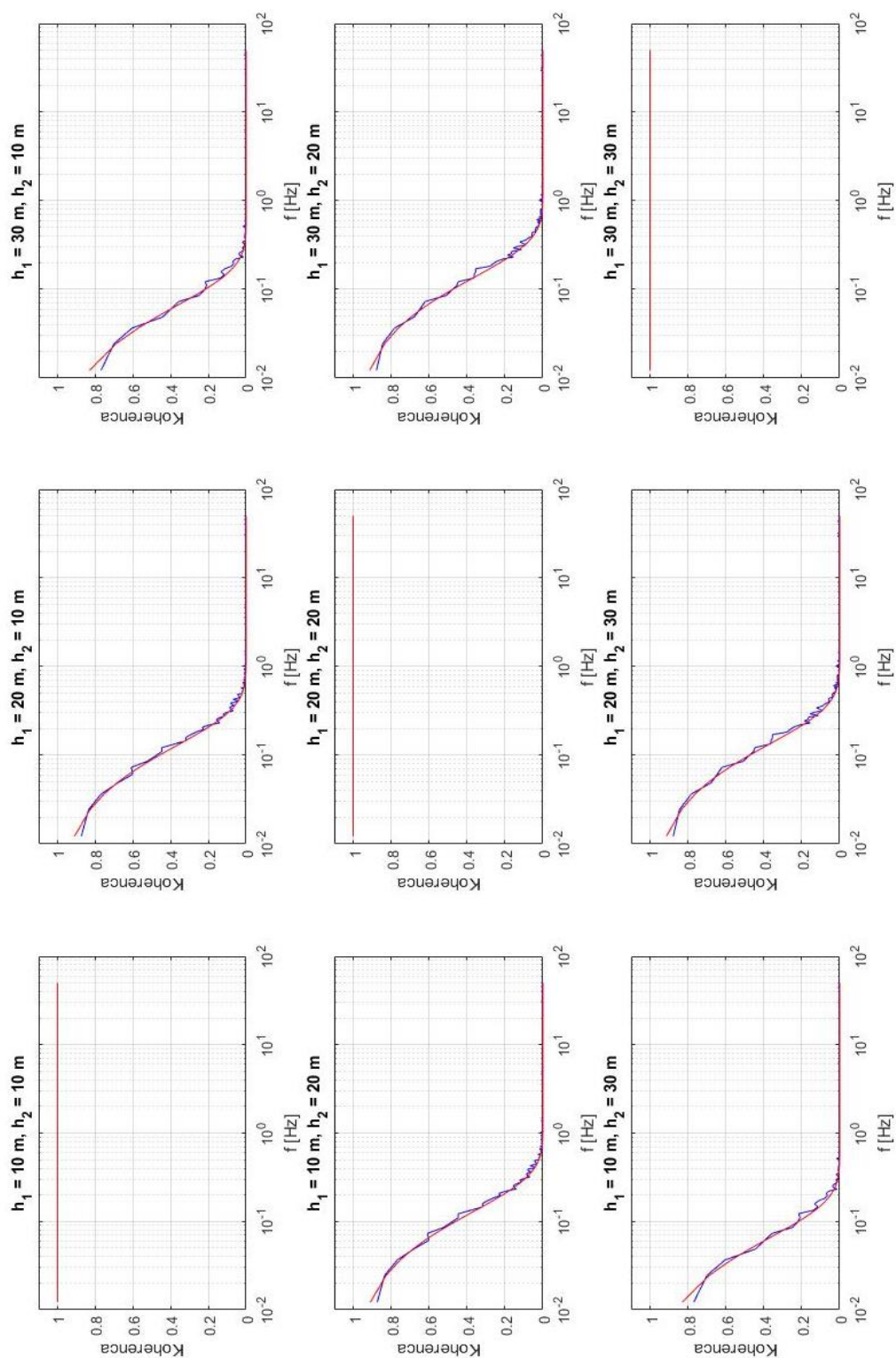
Slika 11-12 von Karmanov spekatar s1000 realizacija

## 11.4 Koherenca

Koherenca opisuje omjere između pojedinih spektara na različitim visinama. Na slici 11-13 je crvenom bojom označeno ono što je zadano a plavom bojom dobivene vrijednosti. Na kraju realizacije se vidi da je uspješno konvergiralo, tj. da dva spektra na istim visina imaju 1 ili ako idemo preslikavat spektar u samog sebe onda je 1. Svi ostali pokazuju funkciju koherence opisanu negativnom eksponencijalnom funkcijom.

Na slici se također vidi da s porastom frekvencija opada koherenca što ukazuje na elementi koje imaju velike frekvencije neće se dobro preklapat kao elementi koji su niskih frekvencija. Isto tako se vidi da s udaljenošću opada koherenca, što je očekivao jer opada utjecaj s udaljenošću između pojedinih točaka.



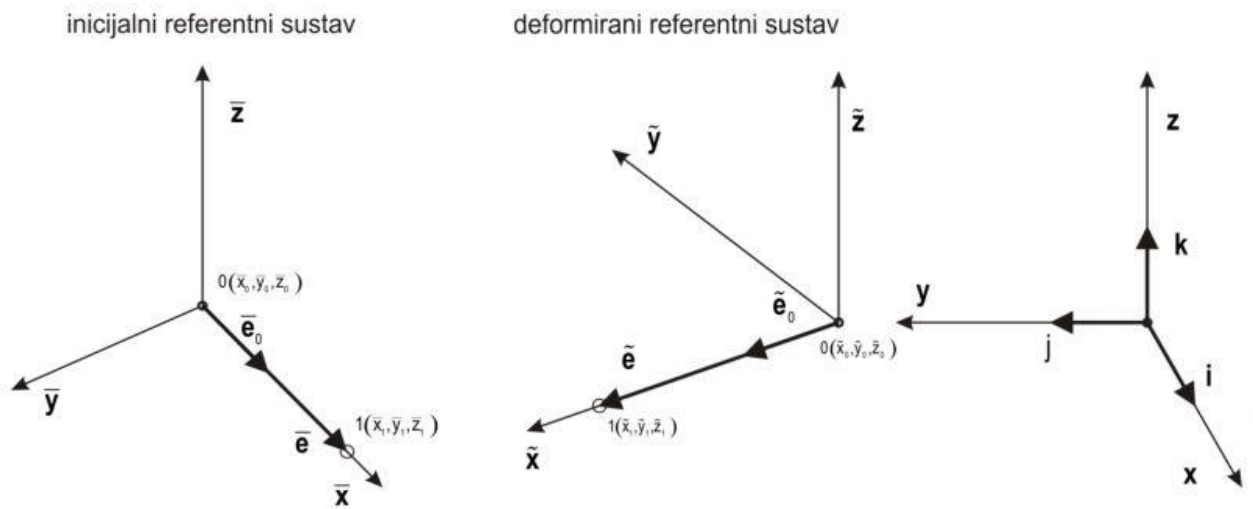


Slika 11-13 Prikaz koherence na različitim visinama

## 12 Otpornost konstrukcije

Prostorne rešetkaste konstrukcije su jedno od najstarijih numeričkih modeliranih konstrukcija. Matematički, veze između dva ili više čvorova se lako iskazuju budući se jedina naprezanja koja se javljaju u konstrukcijama tlačna ili vlačna.

Geometrija konačnog elementa definirana je položajem pripadajućih čvorova. Razlikuju se dva osnovna sustava, inicijalni i deformirani (slika 12-1).



Slika 12-1 Referentni koordinatni sustav [3]

Koordinate čvorova 0 i 1 se u globalnom koordinatnom sustavu mogu iskazati kao  $x_0, y_0, z_0$  i  $x_1, y_1, z_1$ . U inicijalnom referentnom sustavu, definirano s vektorima  $\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, \bar{\mathbf{z}}$  element se preslikava u vektor  $\bar{\mathbf{e}}$ . Deformirani referentni sustav se može iskazati s vektorima  $\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{y}}, \tilde{\mathbf{z}}$  te je definiran s vektorom  $\tilde{\mathbf{e}}$ .

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{e}} &= (\bar{x}_1 - \bar{x}_0)\mathbf{i} + (\bar{y}_1 - \bar{y}_0)\mathbf{j} + (\bar{z}_1 - \bar{z}_0)\mathbf{k} \\ \tilde{\mathbf{e}} &= (x_1 - x_0)\mathbf{i} + (y_1 - y_0)\mathbf{j} + (z_1 - z_0)\mathbf{k}\end{aligned}\quad (47)$$

Deformacija elementa opisana je

$$\varepsilon = \frac{|e| - |\bar{e}|}{|\bar{e}|}\quad (48)$$

Brzina deformacije prikazana je jednačinom

$$\dot{\varepsilon} = \frac{|\varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t|}{d_t} = (\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_1) \cdot \tilde{\mathbf{e}}\quad (49)$$

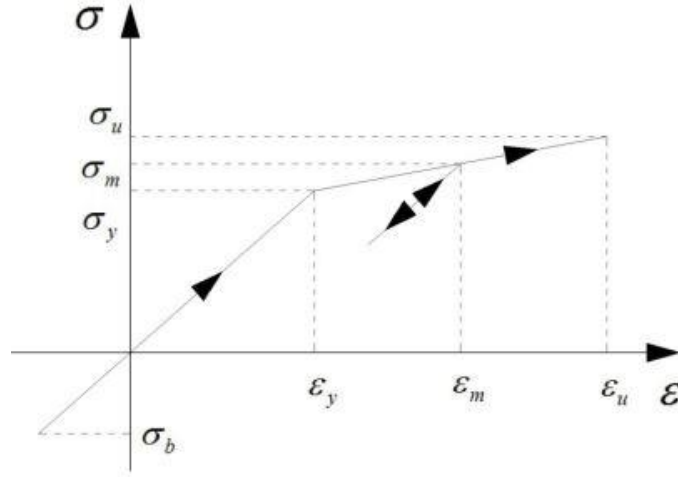


Uvrštavanjem konstitutivnog zakona koji povezuje deformaciju i naprezanja dobivaju se naprezanja. Za Hook-ov linearno-elastični materijal, naprezanja je

$$\sigma = E\varepsilon + \zeta\dot{\varepsilon} \quad (50)$$

gdje je  $E$  Young-ov modul elastičnosti,  $\zeta$  je koeficijent prigušenja materijala.

Bilinearni model materijala je proširenje linearno-elastičnog modela koji se ostvaruje koristeći niz uvjeta. Bilinearni dijagram je prikazan na (slici 11-2)



Slika 12-2 Bilinearni model materijala [3]

Razlikuju se dva modula elastičnosti

$$E_1 = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} \quad E_2 = \frac{\sigma_u - \sigma_y}{\varepsilon_u - \varepsilon_y} \quad (51)$$

Materijal se ponaša linearno-elastičnoj tj. u prvoj je fazi sve dok deformacija  $\varepsilon$  nije prešla vrijednost  $\varepsilon_y$ . Ono trenutka kad deformacija pređe vrijednost  $\varepsilon_y$  bilježi se maksimalna vrijednost deformacije  $\varepsilon_m$  i odgovarajuće naprezanje  $\sigma_m$ . Povećanjem deformacija dovodi do naprezanja

$$\sigma = \sigma_y + (\varepsilon - \varepsilon_0)E_2 \quad (52)$$

gdje je

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_m - \varepsilon_y \quad (53)$$

trajna deformacija. U slučaju rasterećenja, naprezanje ide po početnom modulu elastičnosti uvažavajući trajnu deformaciju.

$$\sigma = (\varepsilon - \varepsilon_0)E_1 \quad (54)$$

## 12.1 Karakteristike naponsko deformacijske krivulje

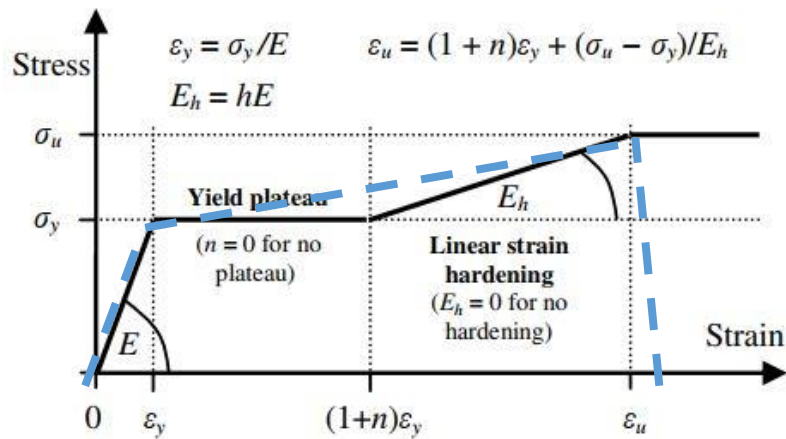
U ovom poglavlju opisan je plato tečenja koristeći dane parametre [14] međutim kao takav nije korišten u proračunu ali je njena uloga opisana. Plato razvlačenja se inkorporira u krivulju očvršćenja te kao takva nije prikazana ([slika 12-3](#)).

Prisustvo plastičnog tečenja i diskontinuiteta krivulje nije lako prikazati, pa se stoga za prikaz naponsko deformacijske krivulje koriste pojednostavljene linearne funkcije u kompjuterskim i analitičkim studijima koje uključuje deformacijska ojačanja. Najjednostavnija i opće prihvaćena formulacija je variranjem vrijednosti  $\sigma_y, \sigma_{cr}, n$  i  $h$  (slika 11-3).

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E\varepsilon & \varepsilon \leq \varepsilon_y & \text{linearno elastično} \\ \sigma_y & \varepsilon_y < \varepsilon < (1+n)\varepsilon_y & \text{plato razvlačenja} \\ \sigma_y + E_h(\varepsilon - (1+n)\varepsilon_y) & (1+n)\varepsilon_y < \varepsilon < \varepsilon_u & \text{linearno očvršćivanje} \end{cases} \quad (55)$$

$\sigma_y$  je granično naprezanje a  $\varepsilon_y = \sigma_y / E$  je početak graničnog naprezanja. Duljina plastičnog platoa je definirana kao umnožak prvih  $n$  deformacija  $\varepsilon_y$  tako da početak linearnog ojačanja počinje u točki totalnog naprezanja  $(1+n)\varepsilon_y$ . Kako se pretpostavlja da je vrijednost očvršćivanja linearan modul je definiran s  $E_h = hE$  gdje je  $E_h$  tangentni modul očvršćivanja a  $h$  je njegov odnos prema elastičnim vrijednostima.

[Slika 12-3](#) pokazuje idealiziranu trilinearnu naponsko deformaciju krivlju koja je označena crnom bojom. Parametri korišteni u ovom radu su pojednostavljeni te su prikazani krivuljom koja je označena plavom isprekidanom bojom te kao takva predstavlja bilinearnu n-d krivulju.



Slika 12-3 idealizirana naponsko deformacijska krivulja

Izraz 55 nije u potpunosti zadovoljavajuć jer pretpostavlja konstantno očvršćivanje sve do totalnog naprezanja što nije točno jer u stvarnosti čeliku opada čvrstoća.

Naponsko deformacijska krivulja dobivena je standardnih ispitivanjem vlačne čvrstoće prema normi ISO 6892-1 [18]. Nominalno naprezanje pri ispitivanju iznosi između 6 i 60 MPa s<sup>-1</sup> za materijale s modulom elastičnosti E većim od 150GPa.

## 12.2 Statistička obrada podataka

Cjelovit skup podataka je prvo istražen preko deskriptivne statistike koja podrazumijeva proračun srednje vrijednosti, karakteristične, minimalne, maksimalne, nominalne standardne devijacije, standardnog pogreške (*engl. standard error*; SE=standardna devijacija/ $\sqrt{\text{broj promatranja}}$ ), koeficijenta varijacije (CV), asimetričnosti (*skew*) i spljoštenosti (*kurtosis*) za svaku od varijabli  $\sigma_y$ ,  $\sigma_{cr}$  i h. „Karakteristična“ svojstva materijala odnosi se na 5 fraktil (za nepovoljne niske vrijednosti tj.  $\sigma_y$ ,  $\sigma_{cr}$  i h) pretpostavljajući normalnu razdiobu. Nominalne vrijednosti odnose se na minimalna svojstva materijala koje je dao sam proizvođač.

Standardna pogreška (SE), koja je standardna devijacija procijenjene populacije prema volumenu podataka u uzorku, množi se s faktorom  $\pm 1.96$  da bi se dobio 95% CI (*engl. confidence interval*) [15,16]. Asimetričnost (*engl. skew*) je neizravna mjera veličine u kojima distribuirani uzorak nema simetriju oko srednje vrijednosti. Pozitivna i negativna iskrivljenost pokazuje koliko je rezultat ispod ili iznad srednje vrijednosti. Spljoštenost (*engl. kurtosis*) je statističko mjerenje koje se koristi za opis distribucije promatranih podataka oko srednje vrijednosti. Opisuje trendove na dijagramu. Ukoliko distribucija ima pozitivne vrijednosti imat ćemo šiljak, a ukoliko imamo negativne vrijednosti onda će

tjeme distribucije bit ravno. Idealno bi bilo da vrijednosti asimetričnosti i spljoštenosti budu blizu nule, međutim ukoliko imaju velika odstupanja onda nam to ukazuje na značajnu devijaciju od normale [17].

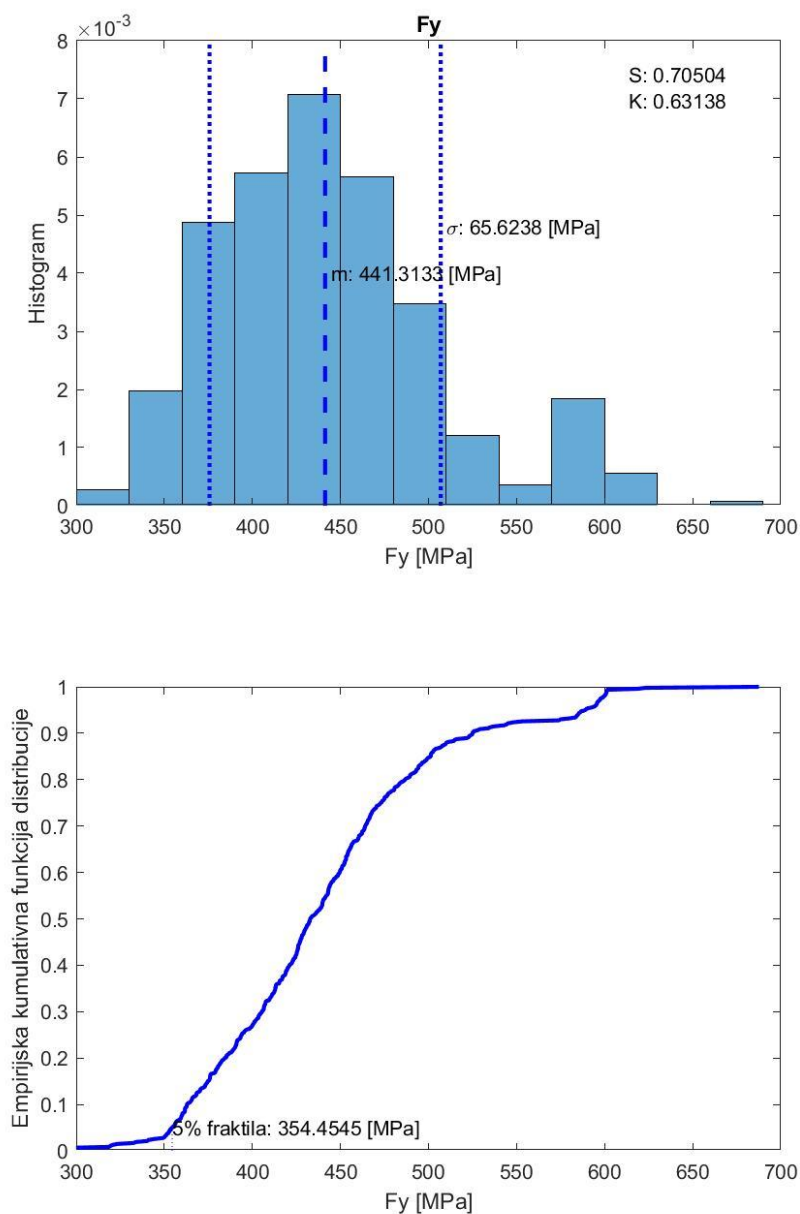
	$\sigma_y$	$\sigma_{cr}$	$h$	$n$
Srednja	445.0	569.7	2.36	6.6
Karakteristična	353.0	538.9	1.06	3.1
Minimalna	350	536	0.97	2.3
Maksimalna	602	670	3.09	12.5
Nominalna	355	470	/	/
Stand. devijacija	69.1	29.1	0.53	2.39
Stand. Pogreška	12.4	5.2	0.10	0.43
Koeficij. Varijac.	17.04	5.1	22.62	36.38
Asimetričnost	0.70	0.22	-0.08	0.15
Spljoštenost	0.60	-0.34	-0.19	-1.11

Tablica 12-1 Statistički podaci za čelik S355

Rekonstruiran je eksperiment koristeći generirane slučajne varijable za svaki element i svaku realizaciju. Slučajne vrijednosti su generirane koristeći proceduralno generirani slučajni niz čiji momenti prate opisanu statistiku eksperimentom.

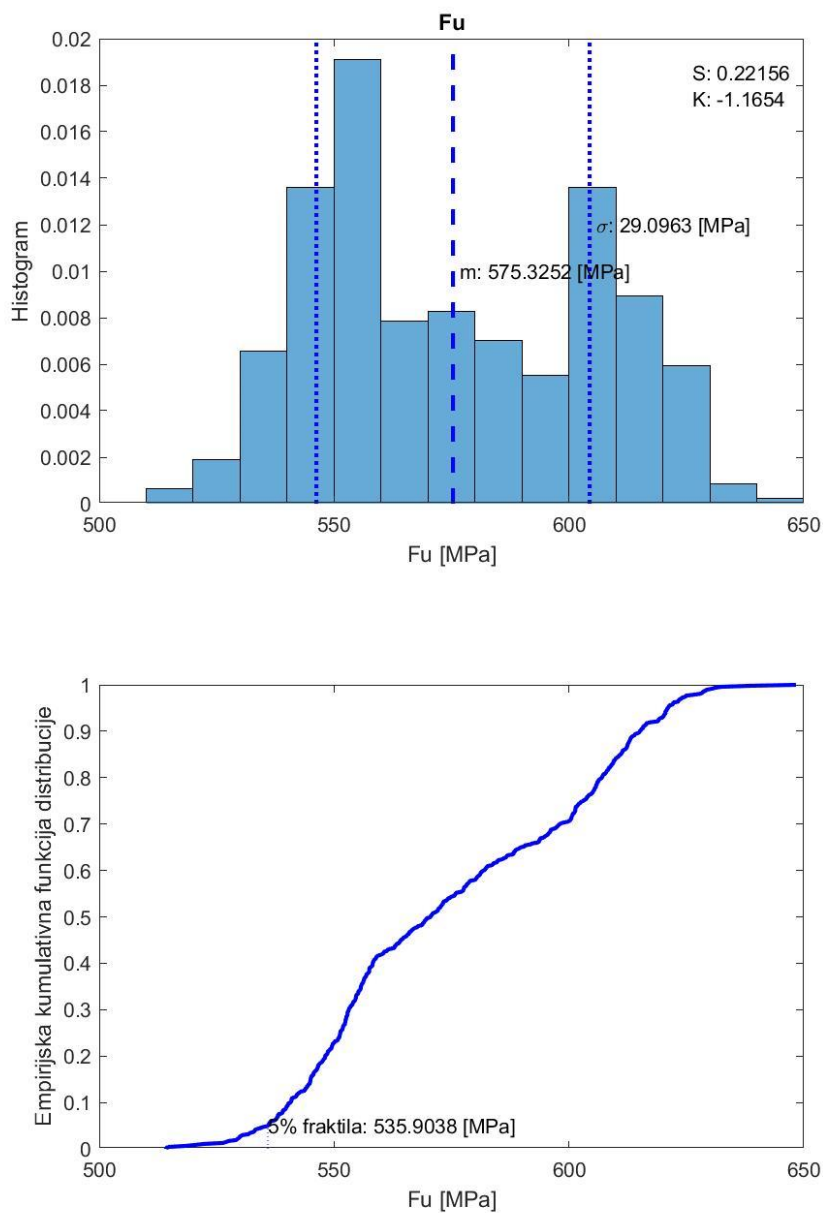
U nastavku su prikazani histogrami i vrijednosti momenata za  $f_y$ ,  $f_u$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_{\max}$  i  $E$  za sve elemente i za sve realizacije. Rezultati dobiveni slučajnim realizacijama imaju odstupanja od korištenih seta podataka što je i očekivano.[14]

Na slici 12-4 je prikazana čvrstoća materijala za sve elemente i sve realizacije gdje se vidi odstupanje srednje vrijednosti koja iznosi 441.31 (MPa) od korištene vrijednosti koja je prikazana u [tablici 12-1](#).

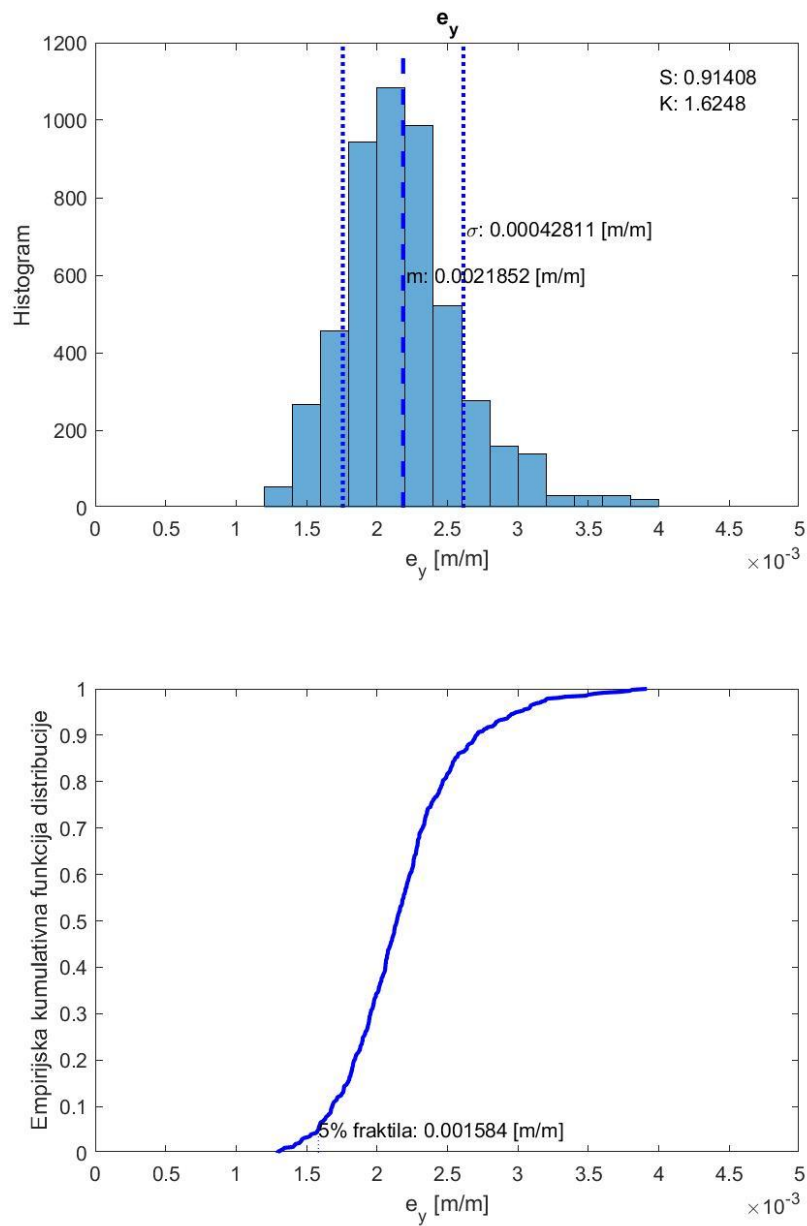


Slika 12-4 Čvrstoća materijala za linearno naprezanje. Gornja slika prikazuje histogram s vrijednostima standardne devijacije, srednje vrijednosti kao i spljoštenosti (kurtosis) i skošenosti (skew).

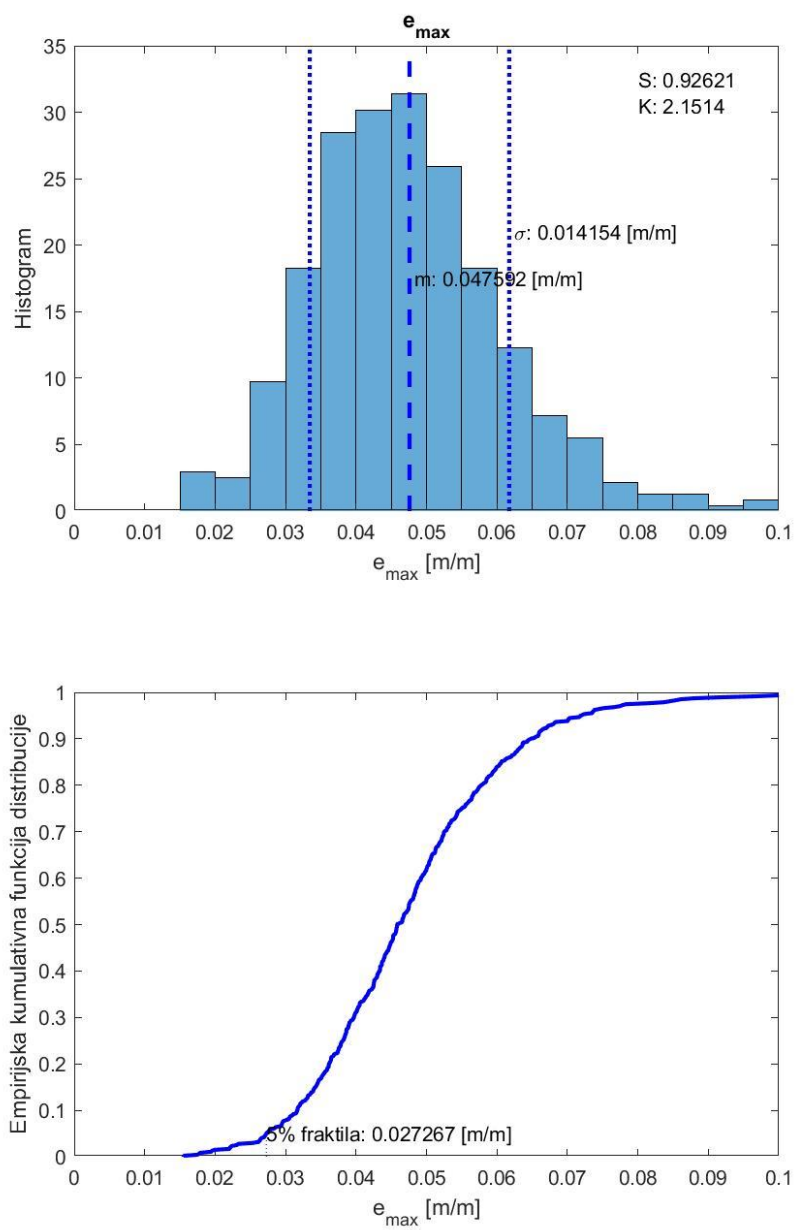
Isto tako je na slici 12-5 prikazana čvrstoća materijala za sve elemente i sve realizacije gdje se vidi odstupanje srednje vrijednosti koja iznosi 575.32 (MPa) od korištene vrijednosti koja je prikazana u [tablici 12-1](#).



Slika 12-5 Čvrstoća materijala za kritično naprezanje

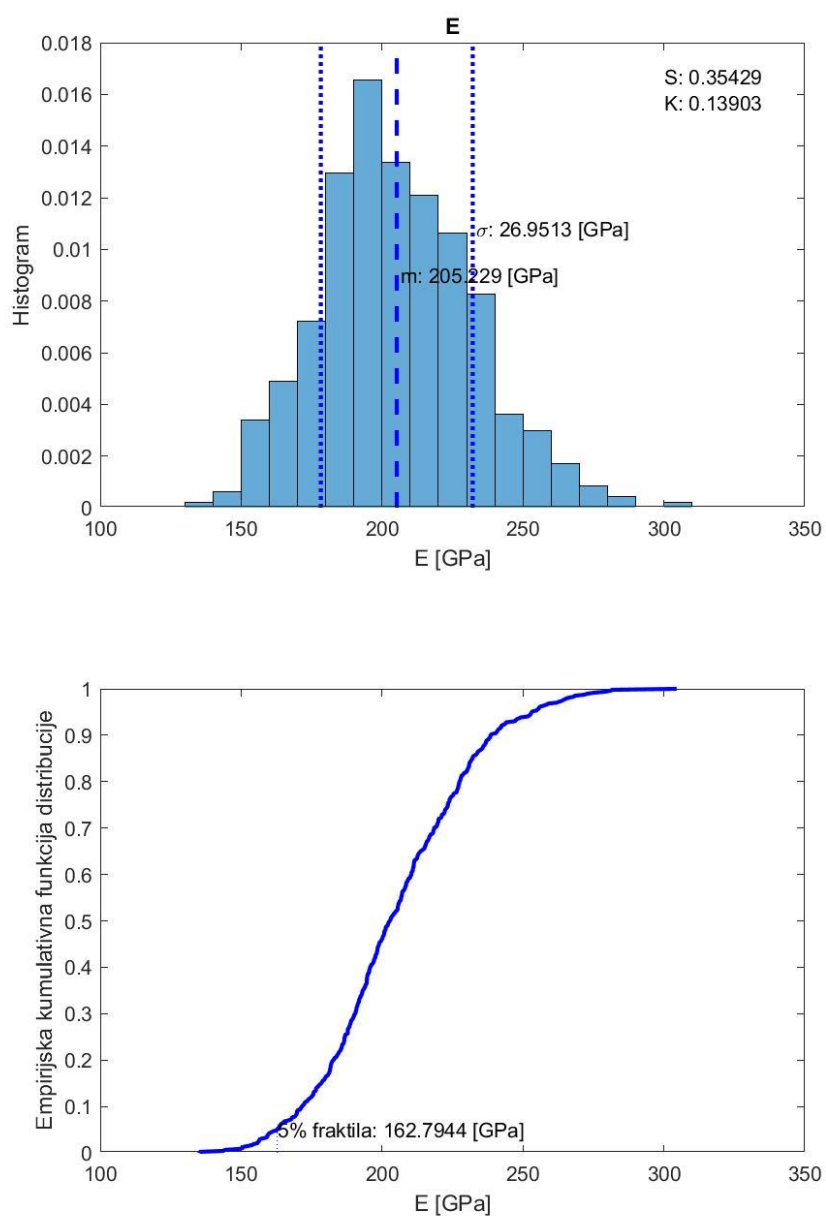


Slika 12-6 Deformacija  $\varepsilon_y$  prilikom linearnih izduženja s prikazom standardne devijacije, srednje vrijednosti, skošenosti i spljoštenosti



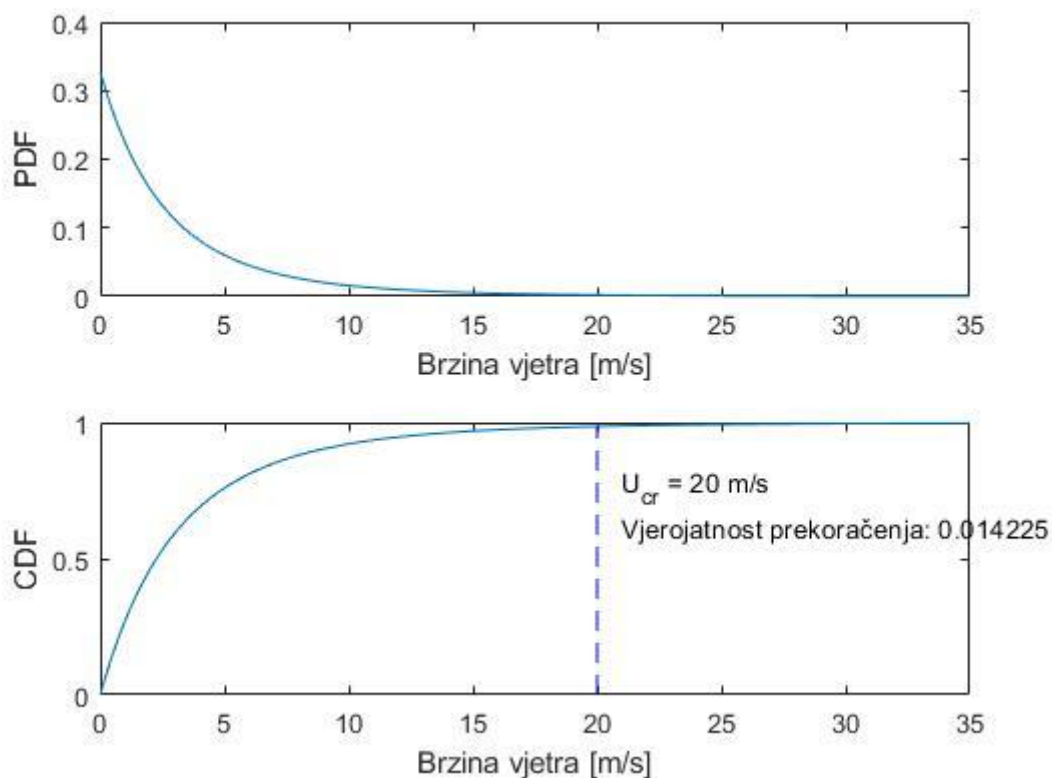
Slika 12-7 Maksimalna deformacija  $\varepsilon_u$  pri lomu s prikazom standardne devijacije, srednje vrijednosti, skošenosti i spljoštenosti





Slika 12-8 Modul elastičnosti s prikazom standardne devijacije, srednje vrijednosti, skošenosti i spljoštenosti

Dobivena kritična brzina vjetra iznosi 20 m/s dok računski iznosi 30 m/s. Kritična brzina vjetra je ona za koju smatramo da neće doći do prekoračenja GSU ni KGS za niti jednu realizaciju. Vjerojatnost prekoračenja da ukupna brzina vjetra bude veća od 20 m/s iznosi 1.42 %.



Slika 12-9

Analizom dobivenih rezultata pri kritičnoj brzini vjetra od 20 m/s i uvjetima prekoračenja za krajnje granično stanje i granično stanje uporabljivosti može se odrediti kolika će nam biti vjerojatnost da je  $KGS > 1$  kad je brzina vjetra veća od 20 m/s i isto tako se može odrediti kolika je vjerojatnost da je  $GSU > 1$  kad je brzina vjetra  $> 20$  m/s.

Sve to nam govori da kad bi išli odredit parametar pouzdanosti ( $\beta$ ) za krajnje granično stanje, onda bi standardna kumulativna normalna distribucija  $\Phi(-\beta)$  morala odgovarati vrijednosti dobivenoj vjerojatnosti ovisno da li se promatra KGS ili GSU. Drugim riječima parametar pouzdanosti bi se mogao odrediti na način

$$-\Phi^{-1}(\text{dobivena vjerojatnost}) = \beta_{KGS \vee GSU}$$

## 12.3 Rezultati

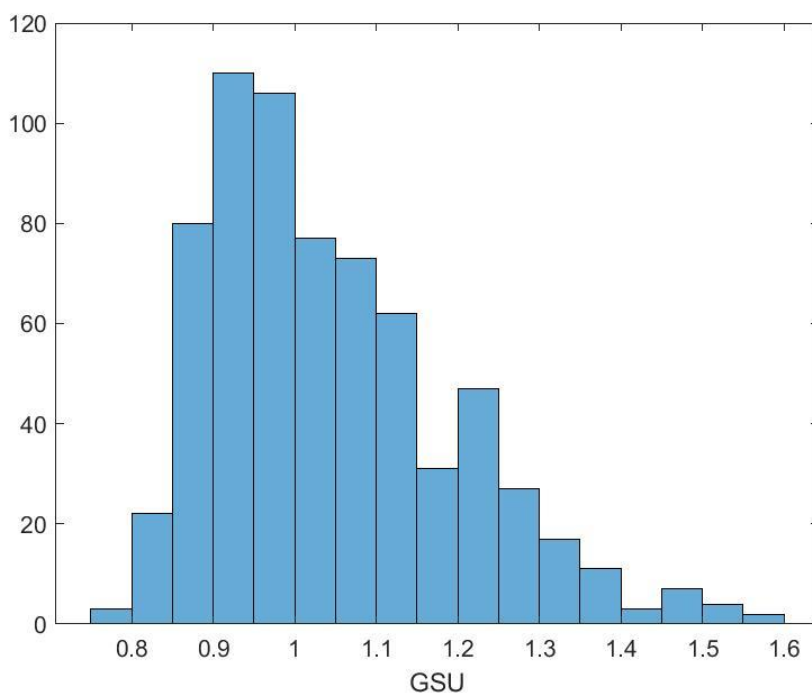
### 12.3.1 Rezultati za granično stanje uporabljivosti

Dobiveni rezultati za GSU su dobiveni preko rješenja za naprezanje i otpornost konstrukcije. Naprezanje smo dobili umnoškom broja realizacija ( $N_r$ ), brojem vremenskih koraka ( $N_t$ ) i brojem elemenata ( $N_{elem}$ ) dok smo otpornost konstrukcije dobili umnoškom broja realizacija ( $N_r$ ) i broja elemenata ( $N_{elem}$ ). Kod otpornosti nemamo vremensku komponentu jer nam je otpornost trajna.

Na slici 12-10 prikazan je histogram za granično stanje uporabljivosti za čvor 156 tj. čvor na vrhu konstrukcije koji se nalazi na visini 39.2 m. Isto tako za određivanje pomaka imamo broj realizacija ( $N_r$ ) i broj vremenskih koraka ( $N_t$ ). Od vremenskih koraka uzeli smo samo jednu vrijednost koja je maksimalna za tu točku, a to je maksimalni pomak koji se događa u vrhu. Uvjet je da  $p < H / 150$  gdje je H visina konstrukcije, p pomak.

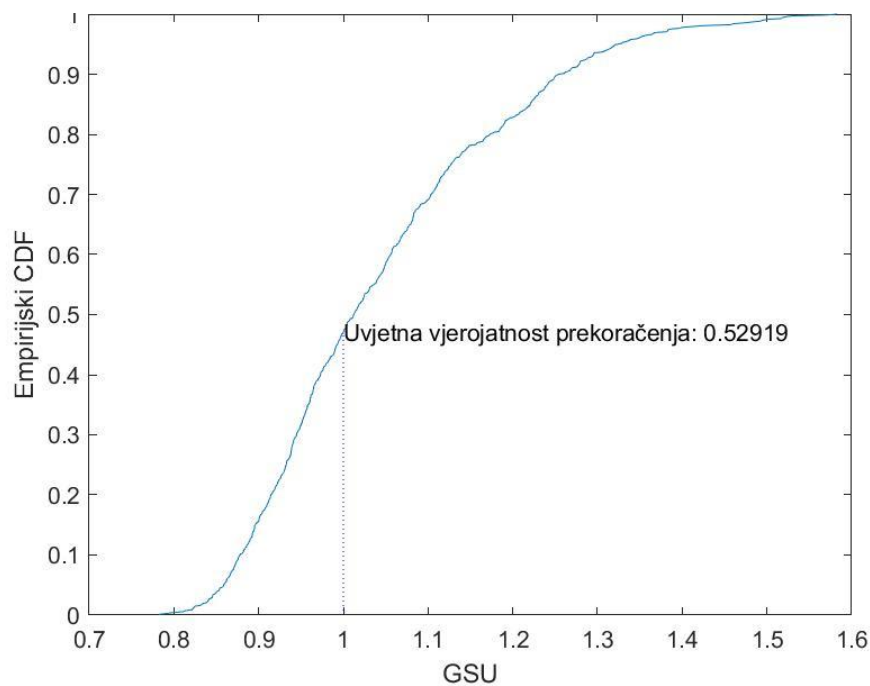
Kad je  $p < \frac{H}{150}$  onda je  $GSU < 1$ , te kad je  $p = \frac{H}{150}$  onda nam je  $GSU=1$  i na kraju

$p > \frac{H}{150}$  onda je  $GSU > 1$ .



Slika 12-10 Histogram funkcije graničnog stanja pri djelovanju vjetra  $U=30$  m/s

Da bi dobili apsolutnu ili stvarnu vjerojatnost prekoračenja moramo imati  $P(U > 30 \text{ m/s})$  i uvjetnu vjerojatnost (dobivena vrijednost).



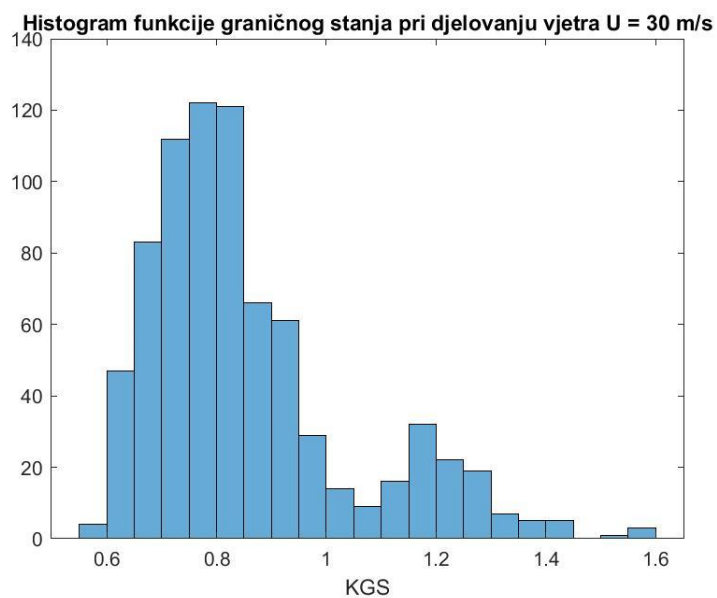
Slika 12-11

### 12.3.2 Rezultati za krajnje granično stanje

Funkcije krajnje graničnog stanja vrijedi je za sve elemente i za sve realizacije. KGS nam je opisan na način:

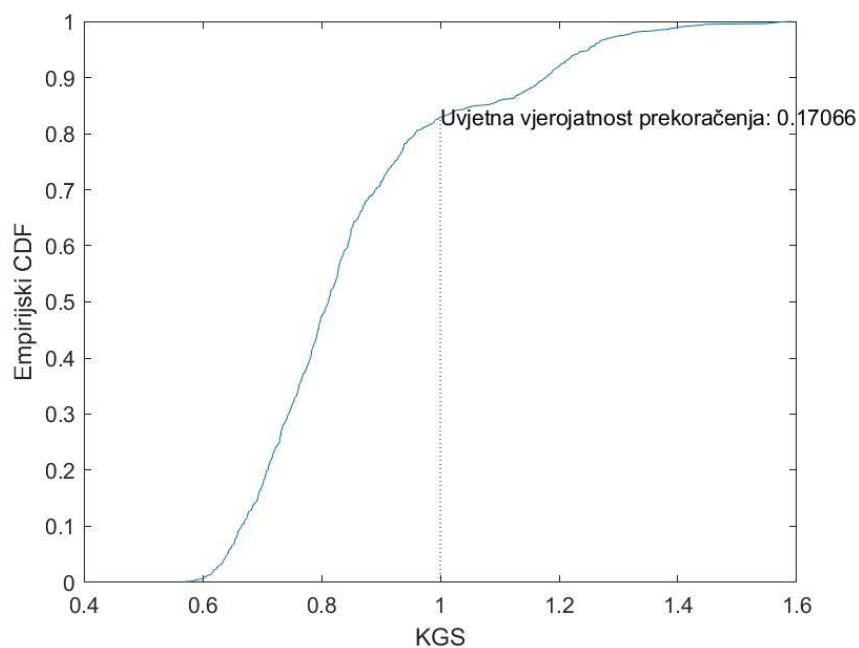
$$\sigma < 0 \quad \frac{|\sigma|}{\chi \cdot f_y}$$

$$\sigma > 0 \quad \frac{\sigma}{f_y}$$



Slika 12-12 Histogram funkcije KGS

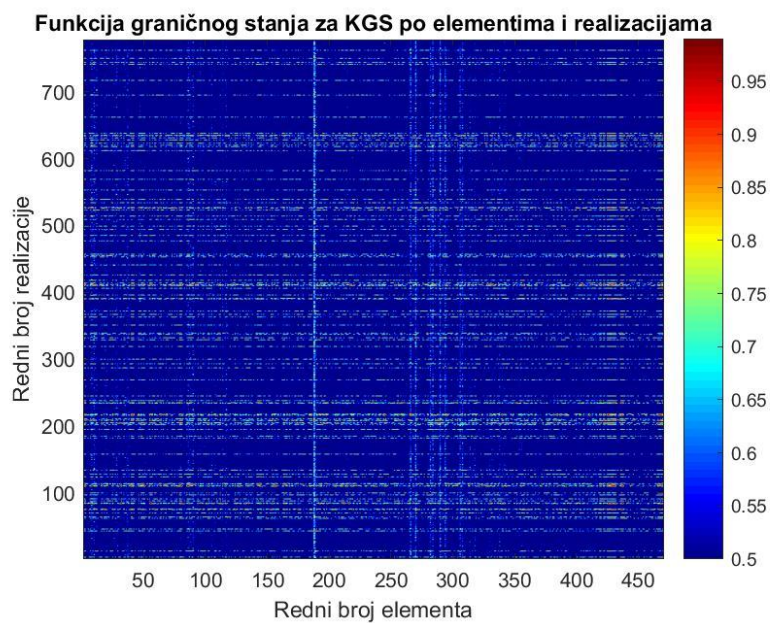
Vjerojatnost da će doći do otkazivanja konstrukcije pri brzini vjetra 30 m/s iznosi 17%.



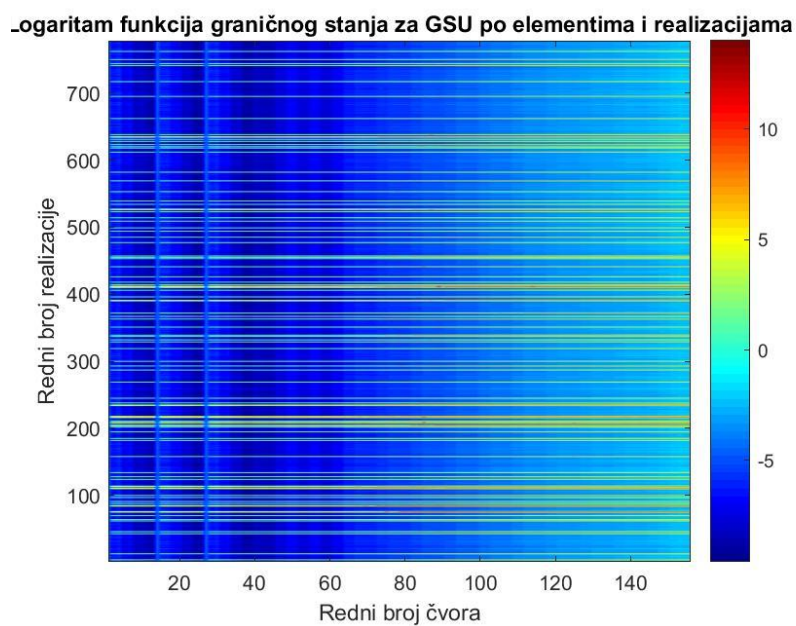
Slika 12-13 CDF za KGS

### 12.3.3 Funkcije KGS-a i GSU-a po elementima i realizacijama

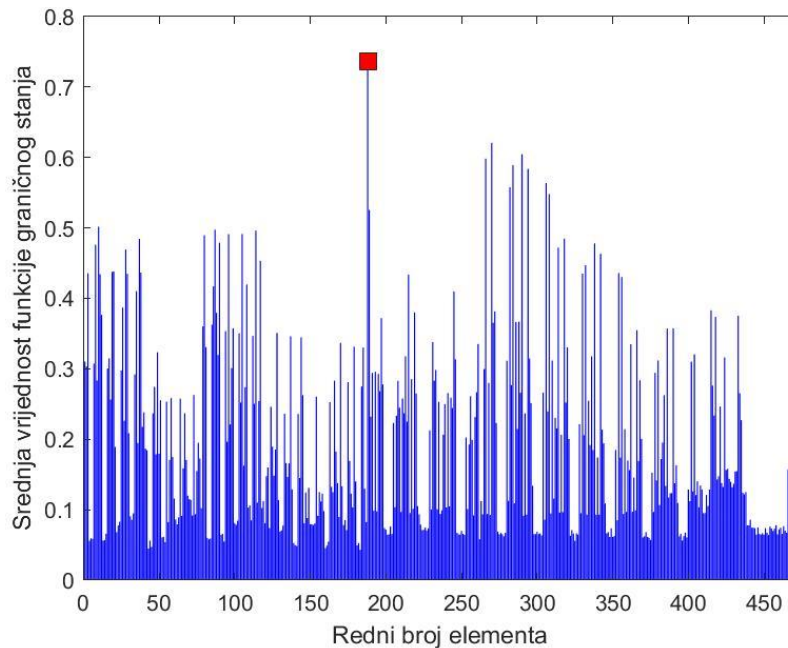
Na apscisi su svi elementi a na ordinati sve realizacije. Svijetle linije upućuje koliko je pojedini element iskorišten (ukoliko se promatra KGS). Na slici 12-8 se vidi da je element 188 (najsvjetlija vertikalna linija) najviše opterećen za sve realizacije. Horizontalne svijetle linije ukazuje da su u pojedinim realizacijama svi elementi zahvaćeni te su one kao takve pogubne za konstrukciju.



Slika 12-14 Funkcija graničnog stanja za KGS



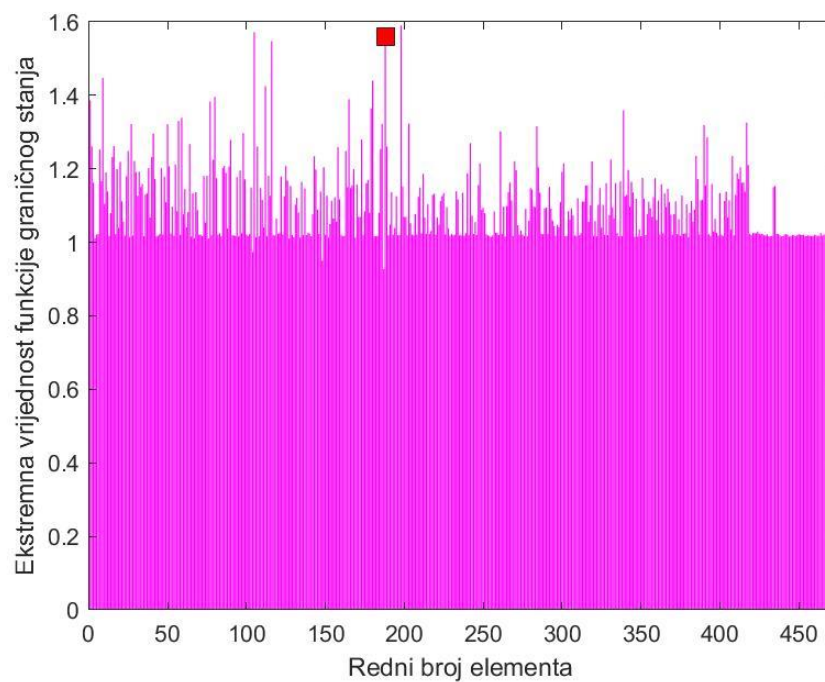
Slika 12-15 Log funkcija graničnog stanja za GSU



Slika 12-16 Srednja vrijednost kroz sve realizacije i sva vremena

Na [slici 12-17](#) vrhovi prikazuju maksimalne vrijednosti graničnog stanja te se sve vrijednosti koje se nalaze iznad 1 ukazuje na to da su one prekoračene u promatranom elementu barem u jednom slučaju kroz sve realizacije. U teoriji to znači da su svi elementi u jednom trenutku mogli prekoračiti vrijednost graničnog stanja i otkazati. Postavlja se pitanje da li je to bilo dovoljno da se pojavi globalni slom konstrukcije, no to ovisi o više parametara. Međutim prikazana je pouzdanost po elementima a nas zanima globalna pouzdanost. Naša uvjetna vjerojatnost otkazivanja po elementima je bila 17% ([slika 12-7](#)) što znači da su u 17% vremena neki elementi u konstrukciji bili otkazivali. Kako je konstrukcija statički određena njoj neki elementi mogu otkazati a da konstrukcija i dalje ostane čitava. Prikaz detektiranja globalnog otkazivanja konstrukcije je prikazan na [slici 12-9](#).

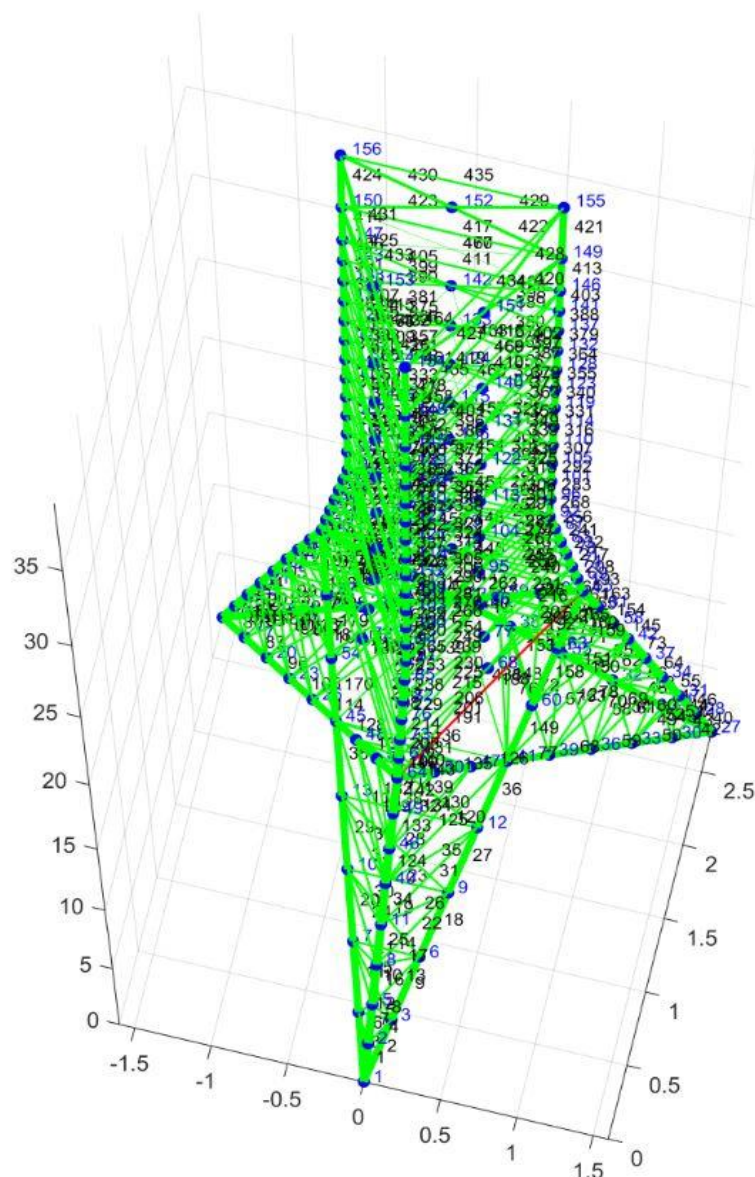
Globalno otkazivanje nosivosti bi nam u principu značio da su nam svi pomaci veliki. Kako je funkcija graničnog stanja za GSU logaritamska skala sve vrijednosti ispod 0 su sigurne a sve vrijednosti iznad 0 su nesigurne. Svjetle horizontalne linije ([slika 12-9](#)) označava da su svi elementi (prikazani preko čvorova) otkazali. Globalni lom je manji od 17% jer je konstrukcija statički neodređena te gubitak stabilnosti pojedinog elementa ne znači nužno i gubitak stabilnosti cijele konstrukcije.



Slika 12-17 Maksimalna vrijednost funkcije graničnog stanja kroz sve realizacije



Na [slici 12-18](#) su prikazani svi elementi konstrukcije s pripadajućim čvorovima. Crvenom bojom je označen element 188 koji je najviše opterećen u svim realizacijama.



Slika 12-18 Geometrija konstrukcije

## 13 Zaključak

Cilj ovog rada bilo je analizirati djelovanje vjetra bure na konstrukciju na lokaciji „Bobani“ te definirati vjerojatnost prekoračenja krajnjeg graničnog stanja i graničnog stanja uporabljivosti. Simulacija djelovanja vjetra je odrađena u programu MATLAB koristeći Monte Carlo metodu s dovoljnim brojem realizacija, te je vidljiva progresija rezultata što ukazuje na to da se vrijednosti stabiliziraju nad projektnim vrijednostima kako se povećava broj realizacija.

Daljnjom obradom podataka dobiveni su rezultati za granično stanje uporabljivosti koja ukazuje da je uvjetna vjerojatnost prekoračenja pri brzini vjetra od 30 m/s iznosi 52.9 % dok je uvjetna vjerojatnost za krajnje granično stanje 17.06 %. Ukoliko bi se htjelo znati apsolutnu vjerojatnost prekoračenja potrebno je integrirati vrijednosti pojave brzine vjetra od kritične vrijednosti do maksimalne očekivane za rok uporabe konstrukcije s vjerojatnosti otkazivanja za različite srednje brzine vjetra. Kao aproksimacija te vrijednosti, može se uzeti umnožak vjerojatnosti prekoračenja brzine vjetra iznad kritične s uvjetnom vjerojatnošću otkazivanja konstrukcije na maksimalnoj očekivanoj srednjoj brzini. Prema toj aproksimaciji očekivana vrijednost otkazivanja prema GSU je  $0.529 \cdot 0.014 = 0.008$ , dok očekivana vrijednost otkazivanja prema KGS je  $0.170 \cdot 0.014 = 0.0024$ . Ekvivalentni  $\beta$  prema jednadžbi

$$-\Phi^{-1}(\text{dobivena vjerojatnost}) = \beta_{KGS \vee GSU}$$

za GSU iznosi 2.408, te za KGS iznosi 3.5 što zadovoljava smjernice dane u EC.

Razmatrajući funkcije KGS po svim postojećim elementima i realizacijama pokazalo se da element 188 ima najveću osjetljivost po svim realizacijama što ukazuje da će je on najvjerojatniji za otkazivanje. Povećanjem njegove nosivosti najviše se može doprinijeti nosivosti konstrukcije. Maksimalna vrijednost graničnog stanja za sve elemente su preko 1 što upućuje da nijedan element nije bezuvjetno stabilan u ovoj konfiguraciji i ovom opterećenju. Međutim, činjenica da je vjerojatnost globalnog sloma manja od otkazivanja pojedinih elemenata govori da nam je konstrukcija hibridni paralelno-serijski sustav, te da pojedini nosivi elementi imaju rezervu u vidu raspodjele opterećenja.

## 14 Literatura

- [1] Alica Bajić, Bernandin Peroš, Višnja Vučetić, Zvonko Žibrat ; Opterećenje vjetrom – meteorološka podloga hrvatske norme; Split
- [2] Ivo Lukšić – Senjski zbornik: prilozi za geografiju, etnologiju, gospodarstvo, povijest i kulturu, VOL.6 No.1 Prosinac 1975.g.; Senj
- [3] Vladimir Divić – Simulacije krajnjih graničnih stanja pod djelovanjem vjetra metodom konačno diskretnih elemenata; Split
- [4] Buđevac, Marković, Bogavac, Tošić; Metalne konstrukcije; osnove proračuna I konstruisanja, Beograd
- [5] Hrvoje Botić ; Primjena numeričkog modela u analizi pouzdanosti konstrukcije tipskog rešetkastog antenskog stupa visine 40 m; Split 2016.g.
- [6] Juraj Mažuranić ; FSB Zavšni rad; Zagreb 2017.g.
- [7] Antun Benčić, Tihomir Babić; Procjena sposobnosti procesa primjenom simulacije procesa Monte Carlo metodom; Baška, otok Krk 2014.g.
- [8] Gregory D. Wyss and Kelly H. Jorgensen; A user's guide to LHS. Sandia's Latin Hypercube Sampling Software; Albuquerque 1998.g.
- [9] John D. Holmes; Wind Loading on Structures; New York 2015.g.
- [10] Operational Modal Analysis; Siu-kui Au; Liverpool 2017.g.
- [11] Fourierova transformacija elementarnih funkcija  
([http://gradst.unist.hr/Portals/9/docs/Referada/Zavrzni\\_Diplomski/PSSG%20SSG%20Upute.pdf](http://gradst.unist.hr/Portals/9/docs/Referada/Zavrzni_Diplomski/PSSG%20SSG%20Upute.pdf)); 15.08.2018
- [12] Tony Burton, David Sharpe, Nick Jenkins, Ervin Bossanyi; Wind energy handbook; West Sussex, England; 2001.g.
- [13] Etienne Cheynet; Wind-induced vibrations of a suspension bridge; University of Stavanger, Norway; 2016.g.

- [14] Adam J. Sadowski, J. Michael Rotter, Thomas Reinke; Statistical analysis of the material properties of selected structural carbon steel; Structural Safety; 2014.g.
- [15] Lewis-Beck M.S; Applied Regression an Introduction; Sage University Paper Series on Quantitative Applications in Social Sciences; 1980.g.
- [16] Mohr L.B; Understanding significance testing; Sage University Paper Series on Quantitative Applications in Social Sciences; 1990.g.
- [17] Bulmer M.G.; Principles of statistics; Dover Publications; 1979.g.
- [18] Petra Lepi, Željko Večenaj, Hrvoje Kozmar, Branko Grisogono; Bora wind characteristics for engineering applications; Wind and structures Vol. 24; 2017.g.